Extraction des paramètres cosmologiques par une approche multi-sondes

Diane Talon-Esmieu

Séminaire LAL

29 Avril 2010

Objectifs

- Déterminer les paramètres cosmologiques liés à l'énergie noire.
- Utiliser et combiner les données de différentes sondes cosmologiques.
- Utiliser des simulations pour comprendre les biais liés à l'analyse.

Plan

I. Contexte cosmologique

II. Méthodes d'analyse

III. Analyse et biais avec les supernovae

IV. Une analyse multi-sondes avec les paramètres réduits

V. Les biais liés à la courbure

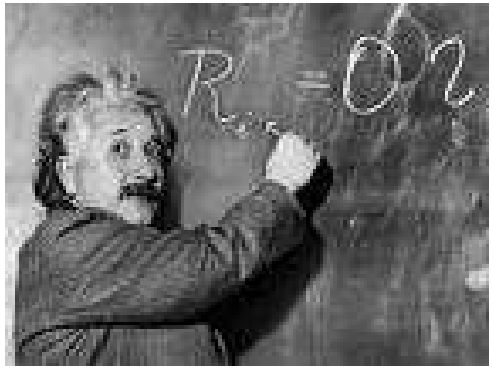
VI. Une analyse multi-sondes globale

VII. Conclusion

Contexte théorique

- Relativité générale, Einstein :

Géométrie $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$ **Energie**



- Principe cosmologique :

L'Univers est homogène et isotrope aux grandes échelles.

- Equations de Friedmann :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho + \frac{\Lambda}{3}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3}$$

Λ = constante cosmologique

a(t) : facteur d'échelle

H(t) : paramètre de Hubble, taux d'expansion

z : redshift, décalage spectral vers le rouge

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \qquad a(t) = \frac{1}{1+z}$$

Les paramètres cosmologiques

- **Ω_i** : densité d'énergie réduites aujourd'hui :

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$$

Ω_M : densité de matière
Ω_R : densité de rayonnement
Ω_X : densité d'énergie noire

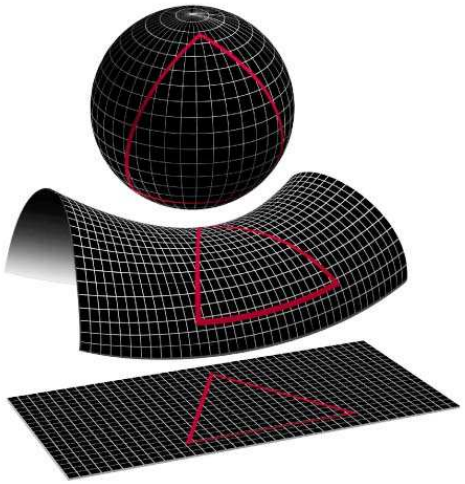
- **Ω_k** : courbure de l'Univers :

$$\Omega_k = -\frac{kc^2}{a^2H^2}$$

si $\Omega_k < 0$ ⇔ Univers fermé

si $\Omega_k > 0$ ⇔ Univers ouvert

si $\Omega_k = 0$ ⇔ Univers plat



- Equation de Friedmann :

$$\Omega_M + \Omega_X + \Omega_R + \Omega_k = \Omega_T + \Omega_k = 1$$

LES SONDES COSMOLOGIQUES

Les supernovae de type Ia (SN)

Le fond diffus cosmologique (CMB)

Les oscillations acoustiques de baryons (BAO)

Mesures de distances

- distance de luminosité :

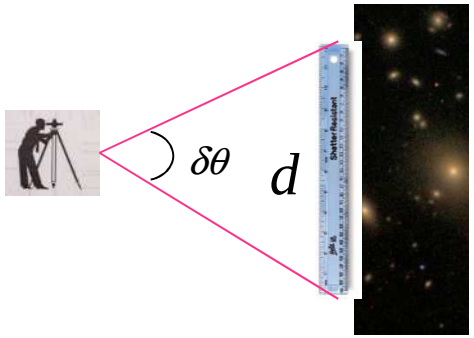
$$d_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}$$

$$d_L = (1+z)r(z)$$

Exemple : Supernovae

- distance angulaire :

$$d_A = \frac{d}{\delta\theta}$$



$$d_A = \frac{r(z)}{1+z}$$

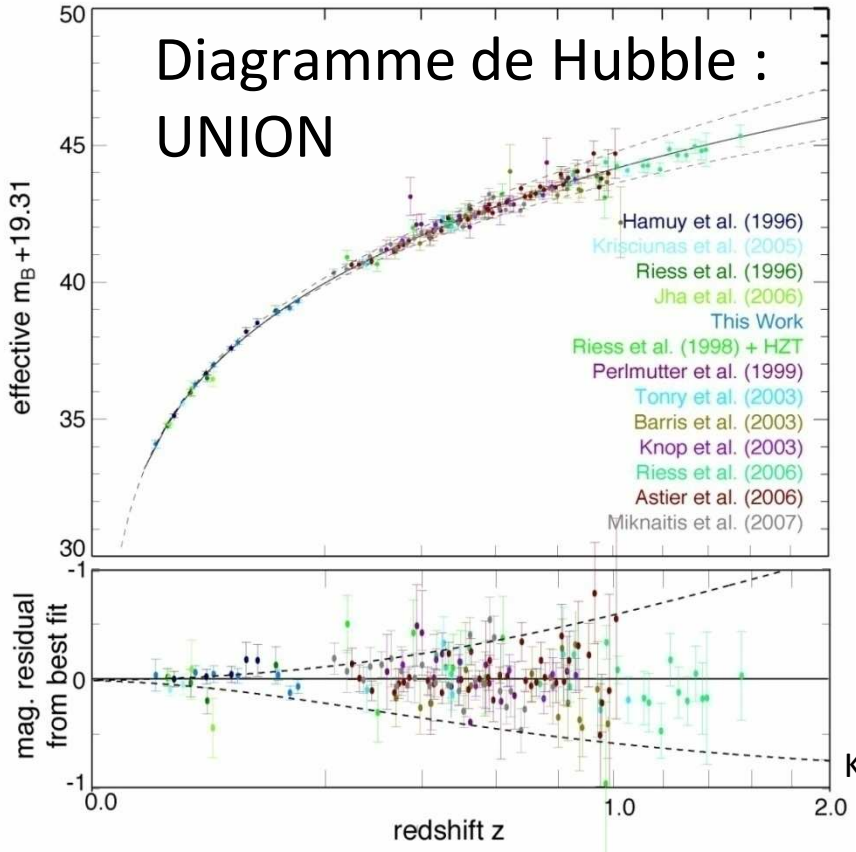
Exemple : CMB et BAO

$$r(z) = \frac{1}{H_0}\frac{1}{|\Omega_k|^{1/2}} S_K\left(|\Omega_k|^{1/2}\int_0^z \left[\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_X(1+z)^{3(1+w_0+w_a)} e^{\left(-3w_a z/(1+z)\right)}\right]^{-1/2} dz\right)$$

Les supernovae de type Ia

- Chandelles standardisables

$$m(z) = M_S + 5\log_{10}\left(d_L \frac{H_0}{c}\right)$$



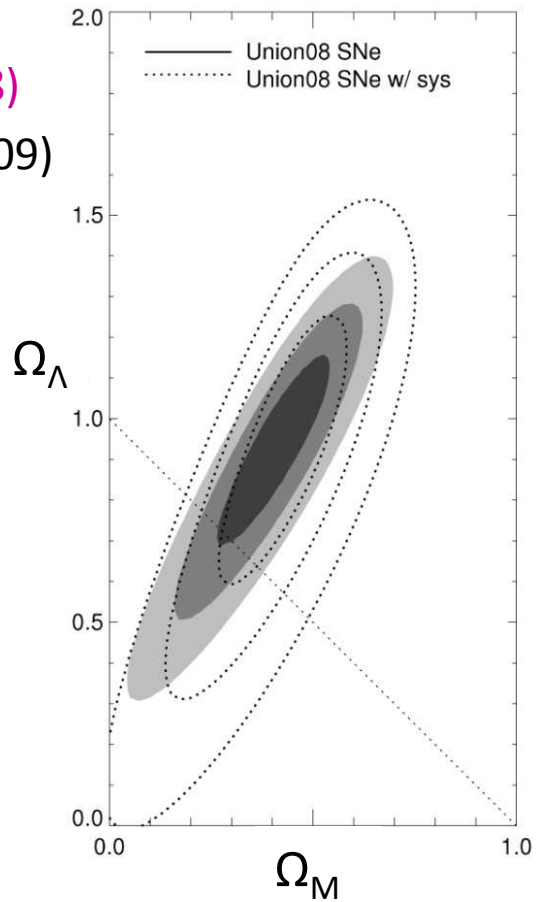
$(\Omega_M \ \Omega_X)$
(0, 1)
(0. 28 , 0.72)
(1, 0)

Kowalski et al. (2008)

$$d_L(z)\frac{H_0}{c} = (1+z)\frac{1}{|\Omega_K|^{1/2}} S_K\left(|\Omega_K|^{1/2}\int_0^z \left[\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_K(1+z)^2 + \Omega_X(1+z)^{3(1+w_0+w_a)} e^{(-3w_a z/(1+z))}\right]^{-1/2} dz\right)$$

Les supernovae de type Ia

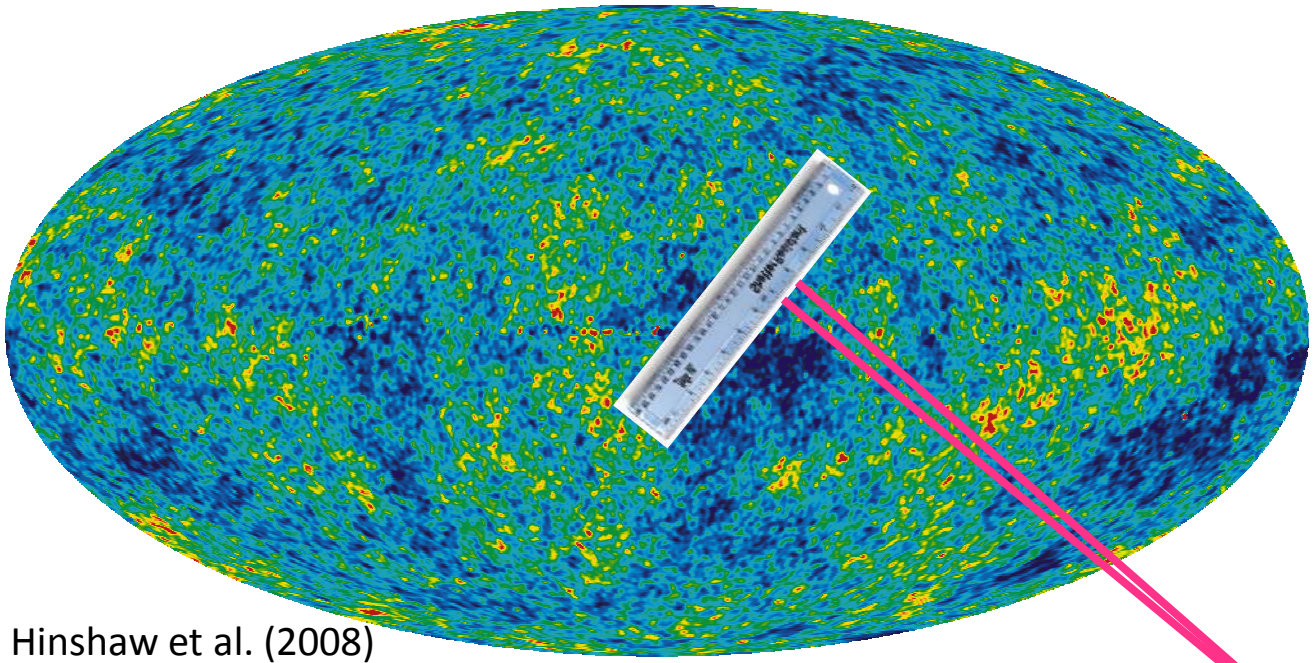
- Première évidence de l'accélération de l'expansion en 1999 (SCP et High z team) (quelques dizaines de SN)
- Données actuelles
  - SNLS : env. 70 SN publiées (0.1<z<1) (Astier et al. 2005)
  - UNION : compilation env. 300 SN (z<1.6) (Kowalski et al. 2008)
  - CONSTITUTION : compilation 400 SN (z<1.4) (Hicken et al. 2009)
  - SDSS : 300 SN (z<1.6) (Kessler et al. 2009)



- Résultats confirmés (exemple UNION) :
  - En supposant l'univers plat et une constante cosmologique :
    $\Omega_M = 0.287 \pm 0.029(stat) \pm 0.039(sys)$

➔Univers en expansion accélérée ($\Omega_\Lambda \neq 0$)

Le fond diffus cosmologique

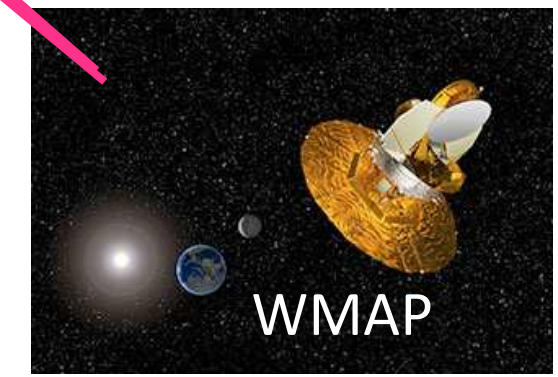


Hinshaw et al. (2008)

T= 2.7 K +/- 10^{-5}K

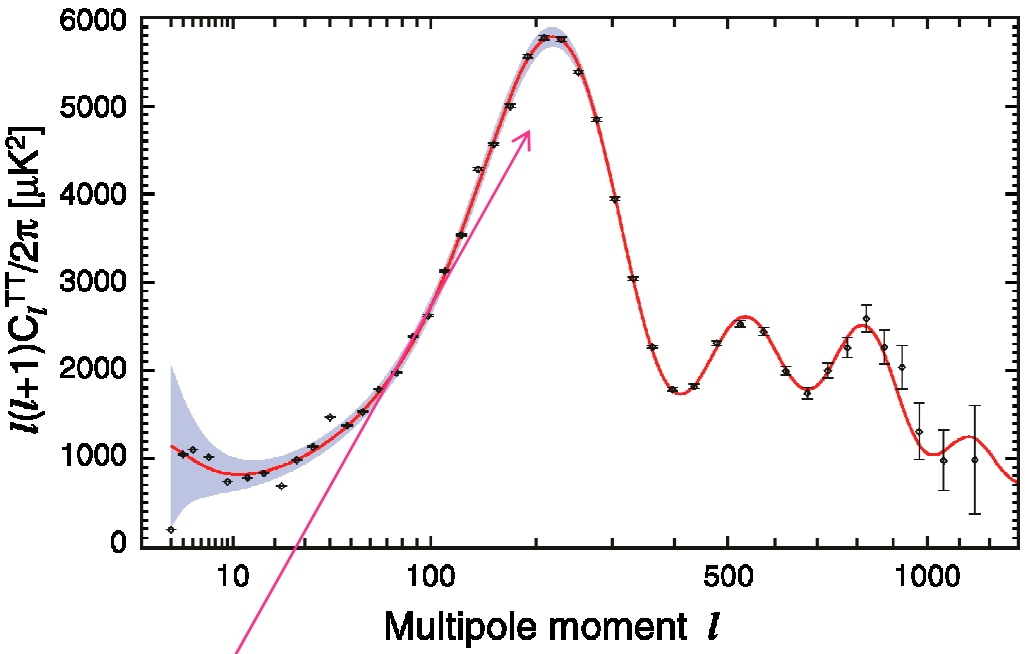
z≈1100

300 000 ans après le Big Bang



Le fond diffus cosmologique

Paramètres	
Ω_b	Densité de matière baryonique
Ω_c	Densité de matière noire
Ω_X	Densité d'énergie noire
w_0	Paramètres d'équation d'état de l'énergie noire
w_a	
A_s	Amplitude du spectre des perturbations primordiales
n_s	Indice spectral
τ	Profondeur optique à la recombinaison
$h=H_0/100$	Constante de Hubble



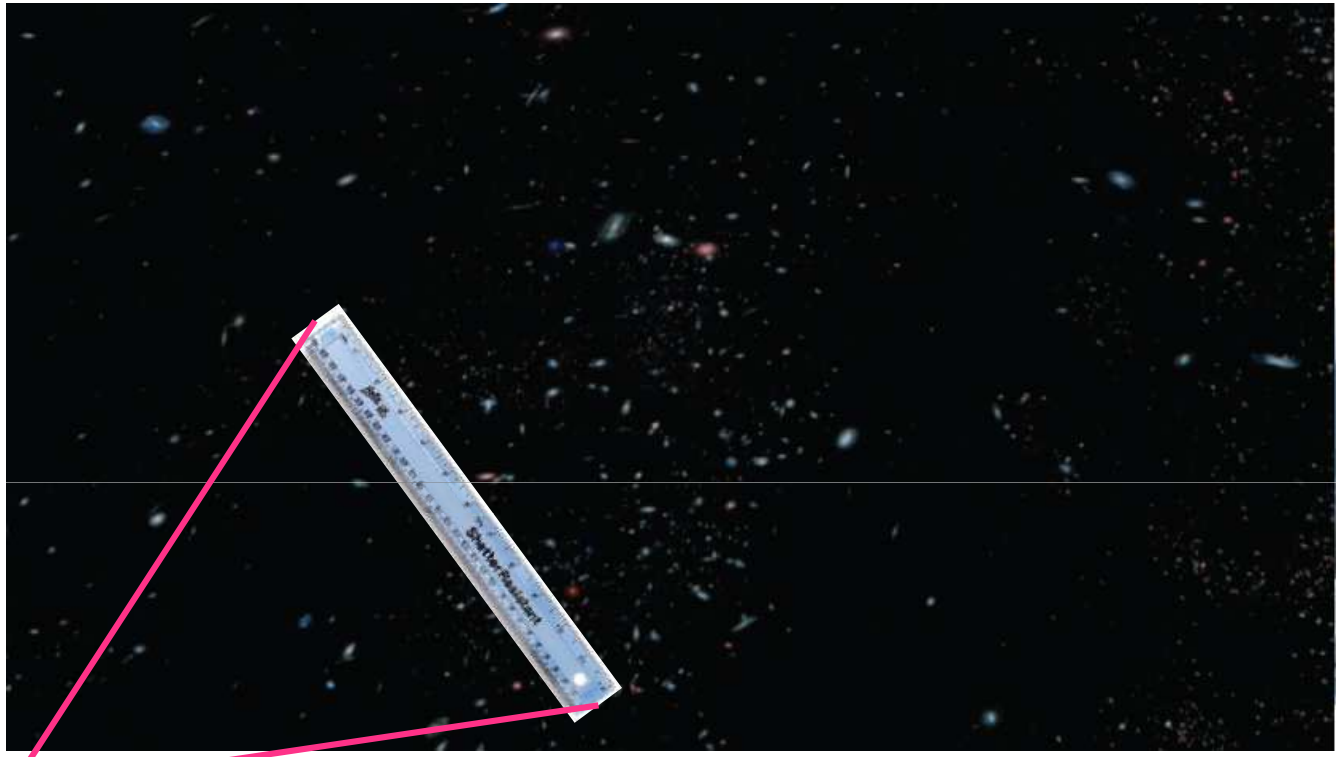
Jarosik et al. (2010)

Résultats (constante cosmologique) :

$\Omega_k = -0.080 \pm 0.093$ (WMAP + HST)

Les oscillations acoustiques de baryons

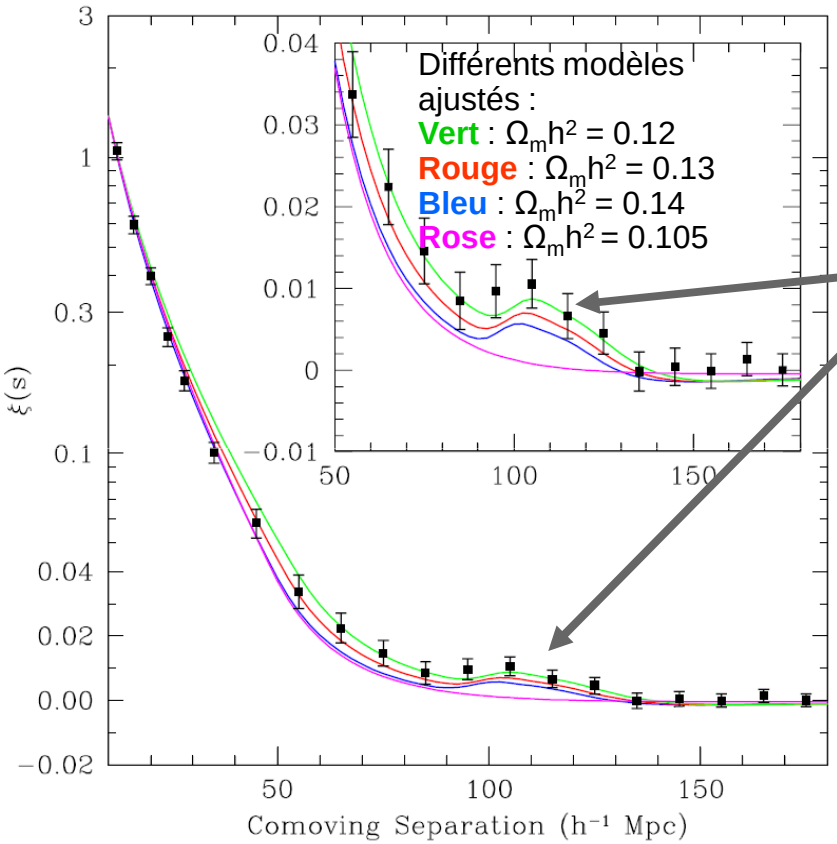
z=0.35



SDSS

Echelle caractéristique
à 150 Mpc

Les oscillations acoustiques de baryons



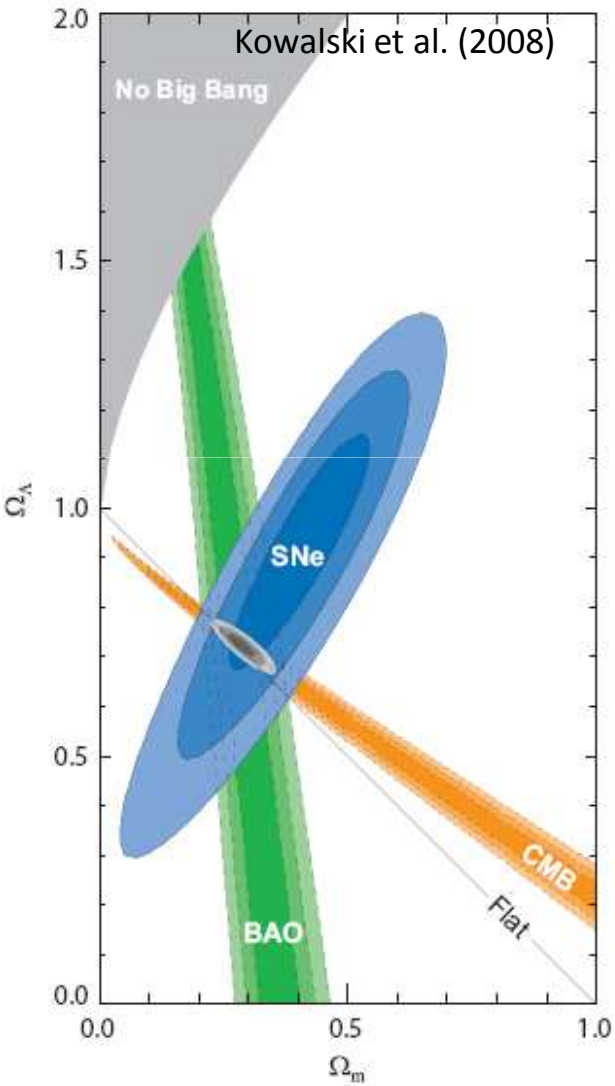
Pic de corrélation entre des galaxies distantes de 150Mpc révélant l'empreinte des oscillations acoustiques primordiales dans les galaxies.

Résultats :

$$\Omega_M = 0.273 \pm 0.025 \pm 0.123\,(1+w_0) \pm 0.137\,\Omega_K$$

Eisenstein et al. (2005)

Le modèle de concordance (ΛCDM)



Avec CMB : $\Omega_k = -0.080 \pm 0.093$

Avec BAO : $\Omega_M = 0.273 \pm 0.025$

Avec SN : $\Omega_\Lambda = 0.742 \pm 0.030$

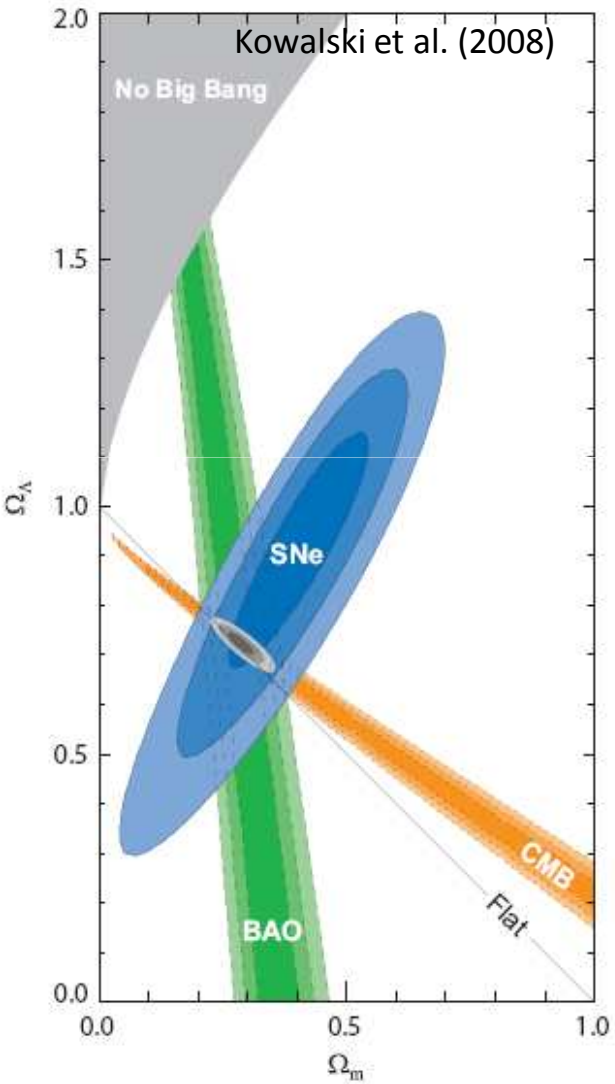
Mais combiner ces valeurs n'est pas simple.

Environ 11 paramètres libres et dégénérés.

$$\Omega_M = 0.278 \pm 0.015$$
$$\Omega_\Lambda = 0.722 \pm 0.015$$

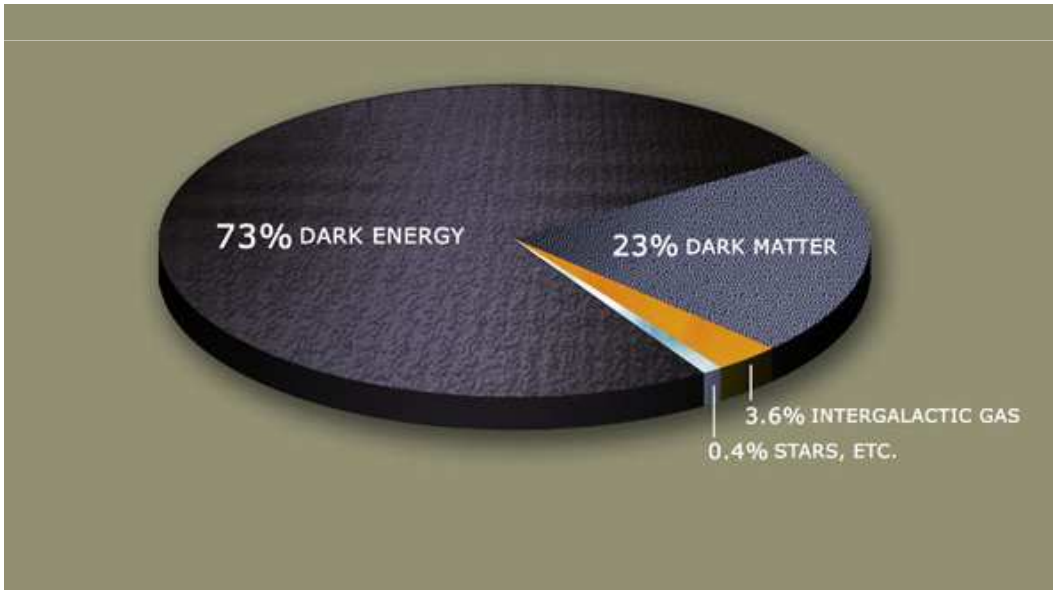
Combinaison CMB+BAO+SN réalisée par WMAP (Lambda)

Le modèle de concordance (ΛCDM)



Le modèle ΛCDM :

Univers plat composé de matière baryonique (<5%) et matière noire (≈20%), dominé par la présence d'une constante cosmologique.



Energie noire

- Interprétations :

  ➔ Constante cosmologique : Λ ?

  - Analogie à une énergie du vide mais 120 ordres de grandeur trop petite par rapport à la valeur attendue.
  - Problème de la coïncidence.

  ➔ Nouveaux champs ?

  - Nature inconnue

  → Mesure de l'équation d'état : w=P/ρ

Pour la matière : w=0

Pour le rayonnement : w=1/3

→ Paramétrisation la plus simple et la plus générale (CPL) :

$$w(z) = \frac{P}{\rho} = w_0 + w_a \frac{z}{1+z}$$

Exemple pour Λ : $(w_0, w_a) = (-1,0)$

MÉTHODES D'ANALYSE

La méthode de Fisher

Le calcul des niveaux de confiance

La simulation

Méthode d'ajustement

- Approche fréquentiste :

  La probabilité est interprétée comme les résultats d'expériences reproductibles, i.e c'est l'ensemble des expériences qui constitue l'espace des probabilités.

- Méthode des moindres carrés :

  $$\chi^2(P) = \left(y - y_{th}(P)\right)^T V^{-1} \left(y - y_{th}(P)\right)$$

  où $V_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$

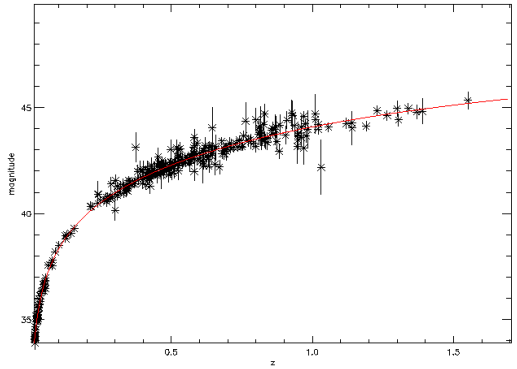
- La combinaison s'effectue par la somme des χ^2 :

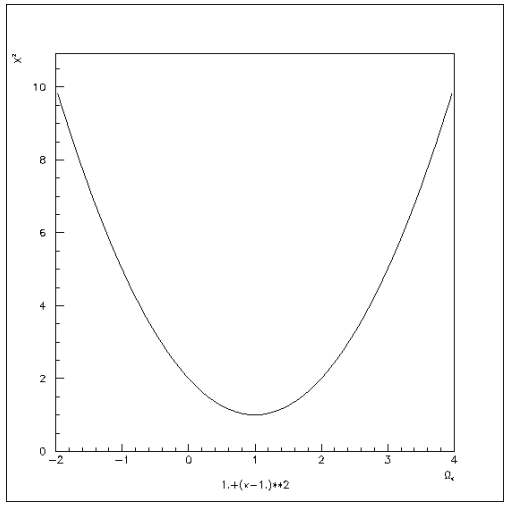
  $$\chi^2 = \chi^2_{SN} + \chi^2_{CMB} + \chi^2_{BAO}$$

- Le meilleur ajustement des paramètres (P_α) est obtenu par le minimum du χ^2:

  $$\frac{\partial \chi^2}{\partial P_\alpha} = 0$$

Diagramme de Hubble UNION





Calcul des erreurs : analyse de Fisher

- Incertitudes de mesures supposées gaussiennes
- Modèle linéaire

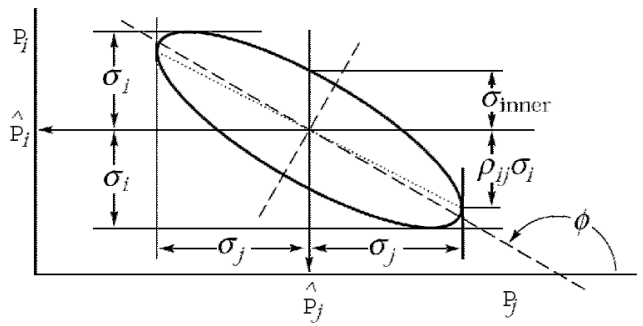
La matrice de covariance U ne dépend pas des mesures mais uniquement de leurs erreurs (V)

$$U^{-1} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial P_i \partial P_j}\right] = \left[\frac{\partial y(P_\alpha)}{\partial P_\alpha}\right]^{\mathrm{T}}_{i,\alpha} V^{-1} \left[\frac{\partial y(P_\alpha)}{\partial P_\alpha}\right]_{i,\alpha}$$

- Contours de probabilité :

$$\chi^2 = \begin{bmatrix} P_1 - P_1^0 \\ P_2 - P_2^0 \end{bmatrix} u^{-1} \begin{bmatrix} P_1 - P_1^0 \\ P_2 - P_2^0 \end{bmatrix} + s^2$$

$$u = \begin{bmatrix} \sigma_{P_1}^2 & \rho_{12}\sigma_{P_1}\sigma_{P_2} \\ \rho_{12}\sigma_{P_1}\sigma_{P_2} & \sigma_{P_2}^2 \end{bmatrix}$$

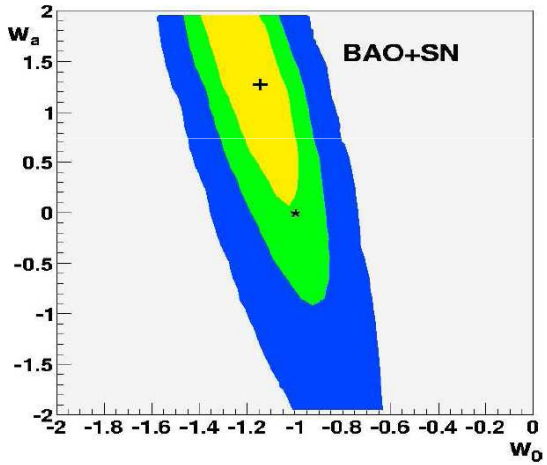


Approximation possible dans certaines conditions avec les SN mais impossible avec les données globales du CMB et BAO.

Calcul des erreurs : niveaux de confiance

- Incertitudes de mesures supposées gaussiennes
- Définition des niveaux de confiance : $\chi^2 \leq \chi^2_{\min} + s^2$

Erreur sur 1 paramètre : l'incertitude à 1 σ, i.e. 68% niveau de confiance, correspond à s=1.



Contours à 2 paramètres :

s=1 correspond à 39% niveau de confiance.

En pratique : recherche du minimum du χ^2 par un scan du plan (grille de 20x20 min)

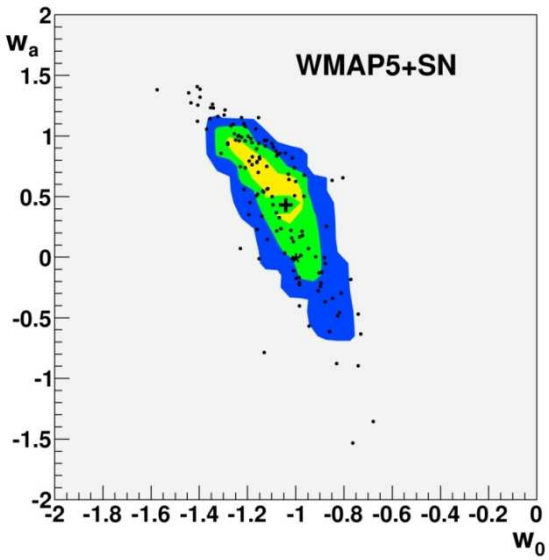
➔Calcul en parallèle sur la grille de calcul

➔ Problème : les C_l du CMB ne présentent pas d'erreurs gaussiennes.

Calcul des erreurs : la simulation

1. Recherche du minimum du χ^2
   - Modèle d'entrée de la simulation $\{P_\alpha^F\}$
2. Simulation des observables de chaque sonde:
   - Calcul des observables (C_l, m(z)…) et distribution aléatoire dans les erreurs expérimentales, tenant compte des corrélations et de la non gaussianité.
3. Ajustement et recherche du minimum pour chaque expérience simulée.,$\{P_\alpha^n\}$.
   - qqs 100 d'expériences ➔ grille de calcul
4. Distribution des $\{P_\alpha^n\}$ permet l'estimation des erreurs par le calcul du moment d'ordre 2 :

$$U_{ij} = < P_i P_j > - < P_i > < P_j >$$



➔Tient compte de la matrice de corrélation complète de chaque sonde et de la non gaussianité des erreurs des C_l.

EXTRACTION DES PARAMÈTRES COSMOLOGIQUES AVEC LES SUPERNOVAE

La méthode

Les résultats obtenus avec l'échantillon UNION

Le problème

- Utilisation des SNIa pour extraire w(z) ?

$$d_L(z)\frac{H_0}{c} = (1+z)\frac{1}{|\Omega_K|^{1/2}} S_K\left(|\Omega_K|^{1/2} \int_0^z \left[\Omega_M (1+z)^3 + \Omega_K (1+z)^2 + \Omega_X (1+z)^{3(1+w_0+w_a)} e^{(-3w_a z/(1+z))} \right]^{-1/2} dz \right)$$

- Mais…difficulté d'extraire w_0, w_a et Ω_M en même temps (dégénérescences)

La méthode

- Données : UNION (300 SN, z jusqu'à 1.6)
- 5 paramètres : M_S , Ω_M , Ω_X , w_0 , w_a

- Si l'univers plat ➔ $\Omega_X = 1 - \Omega_M$

- 3 conditions d'ajustement :
  - la constante cosmologique : $w=-1$ ($w_0=-1$, $w_a=0$)
  - une équation d'état constante : $w=w_0$ ($w_a=0$)
  - une évolution de l'équation d'état : $w=w_0+w_a\, z/(1+z)$

Résultats des ajustements avec UNION

Hypothèse w=-1

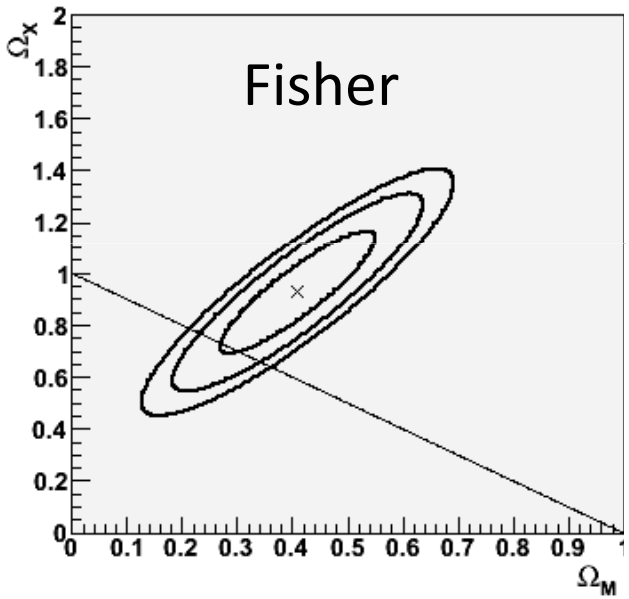
$(\Omega_M, \Omega_\Lambda)$

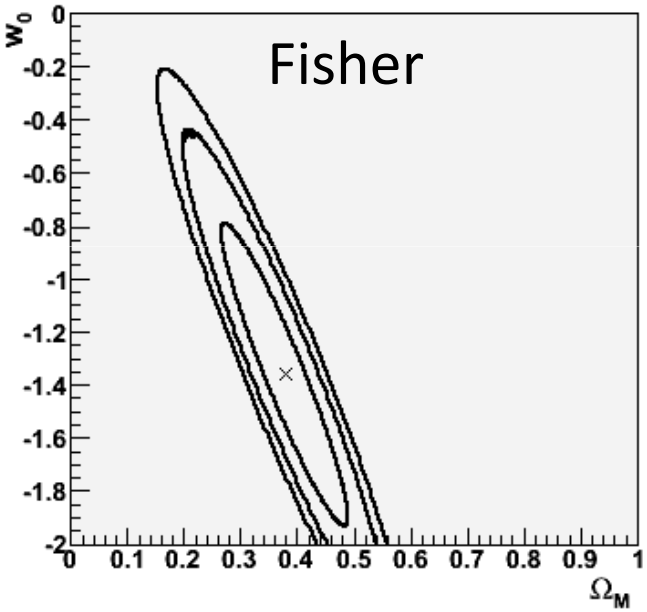
Avec platitude

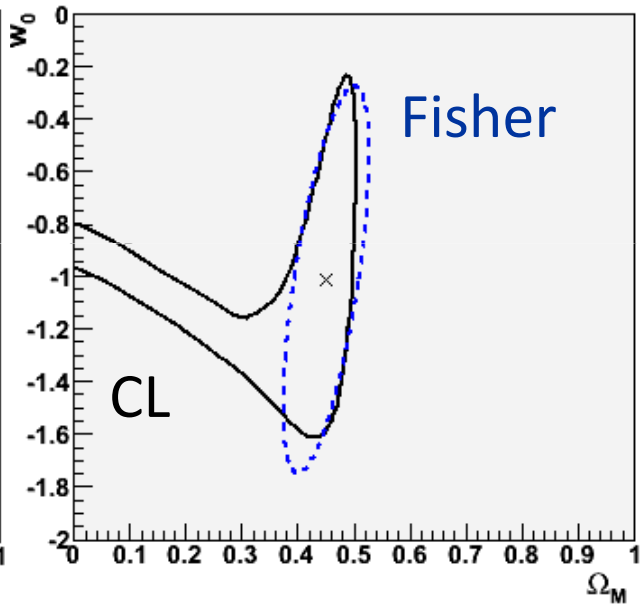
(Ω_M, w_0)

$w = w_0$

$w = w_0 + w_a\, z/(1+z)$





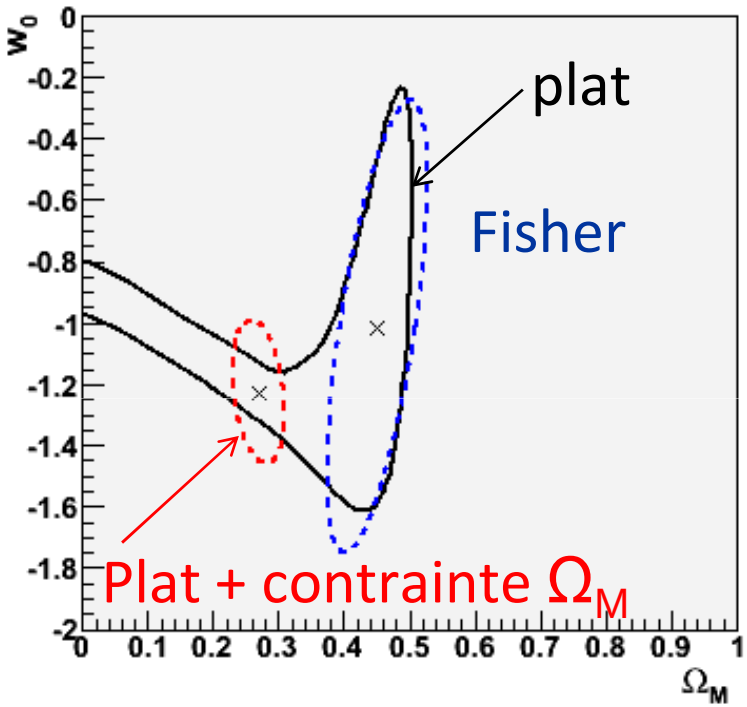


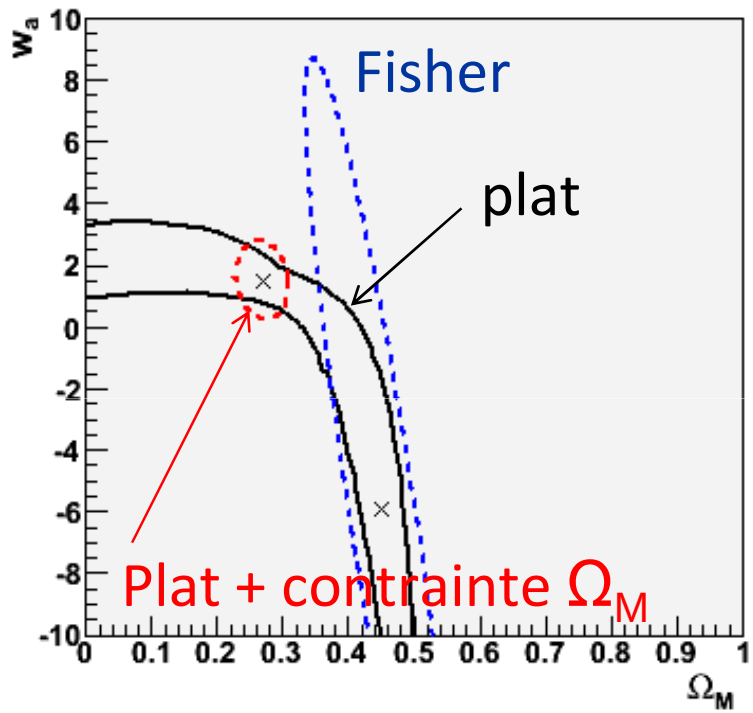
$\Omega_M = 0.410 \pm 0.093$
$\Omega_\Lambda = 0.928 \pm 0.157$

UNION	Ω_M	w_0	w_a
Plat	0.378 ± 0.074	-1.36 ± 0.38	0 (fixé)
Plat	$0. < \Omega_M < 0.51$	-1.02 ± 0.77	-5.9 ± 10.9

Contrainte a priori : $\Omega_M = 0.27 \pm 0.04$

+ hypothèse de platitude





UNION	Ω_M	w_0	w_a
Plat	$0. < \Omega_M < 0.51$	-1.02 ± 0.77	-5.9 ± 10.9
Plat + Ω_M	0.270 ± 0.040	-1.23 ± 0.23	1.5 ± 1.3

Bilan sur l'analyse supernovae

Hypothèses	Ω_M	w_0	w_a
Plat + $w_a = 0$	0.378 ± 0.074	-1.36 ± 0.38	0 (fixé)
Plat	$0. < \Omega_M < 0.51$	-1.02 ± 0.77	-5.9 ± 10.9
Plat + Ω_M	0.270 ± 0.040	-1.23 ± 0.23	1.5 ± 1.3

- En supposant w=-1, les SN donnent $\Omega_\Lambda \neq 0$ à $>5\sigma$ et compatibles avec un univers plat.
- En supposant un univers plat :
  - Hypothèse $w_a=0$: meilleure estimation de w_0 → Fisher OK
  - Extraire w(z) : Fisher inadapté => nécessite une contrainte a priori sur Ω_M

- Analyse de Fisher fiable uniquement si Ω_M ou w_a fortement contraints
- Hypothèse $w_a=0$ / contrainte forte a priori sur Ω_M

  → quel impact sur l'ajustement ? Biais ?

ETUDE DES BIAIS

Biais lié à l'hypothèse $w_a = 0$

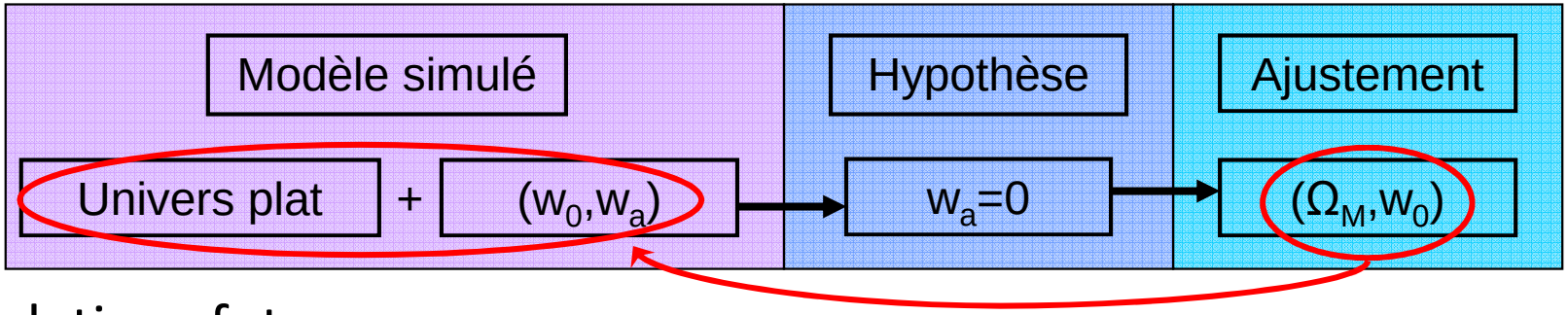
Biais lié à la contrainte a priori sur la densité de matière

Objectifs

- Utiliser des simulations pour étudier les biais d'analyses et tester les hypothèses d'ajustements.

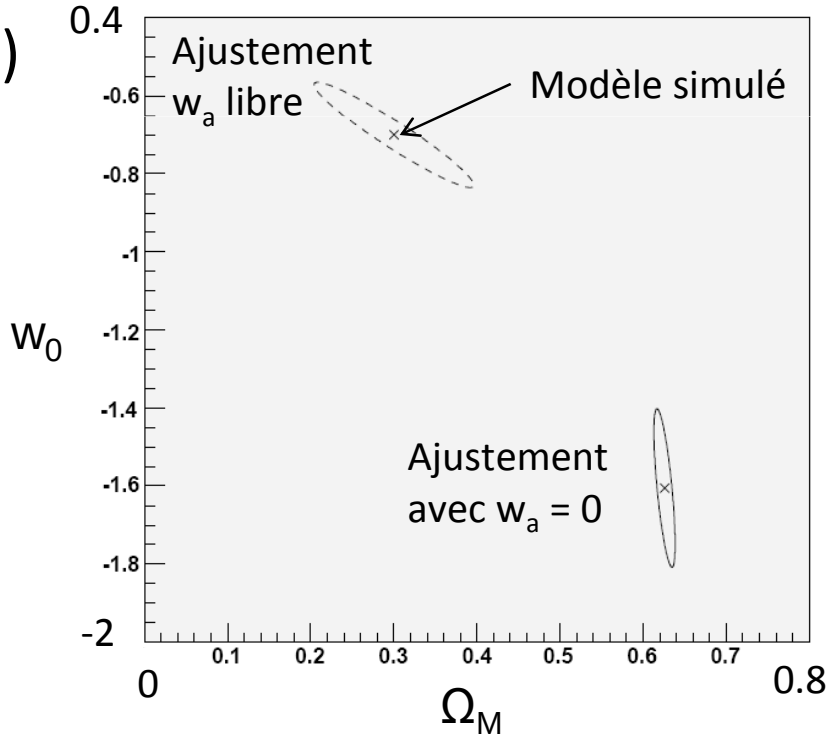
  - Changer les modèles cosmologiques d'entrée
  - Simuler des magnitudes de SN pour ces modèles d'univers
  - Tester différentes hypothèses d' ajustements :
    - $w_a = 0$
    - Contrainte a priori sur Ω_M

Un exemple : fixer w_a=0



Simulations futur échantillon (SNAP)

$\Omega_M^F = 0.3$
$\Omega_X^F = 0.7$
$w_0^F = -0.7$
$w_a^F = 1.8$



- Mauvaise détermination des paramètres cosmologiques possible => biais indétectable

Virey et al. (2004)

Exemple : a priori Ω_M=0.27 ± 0.04

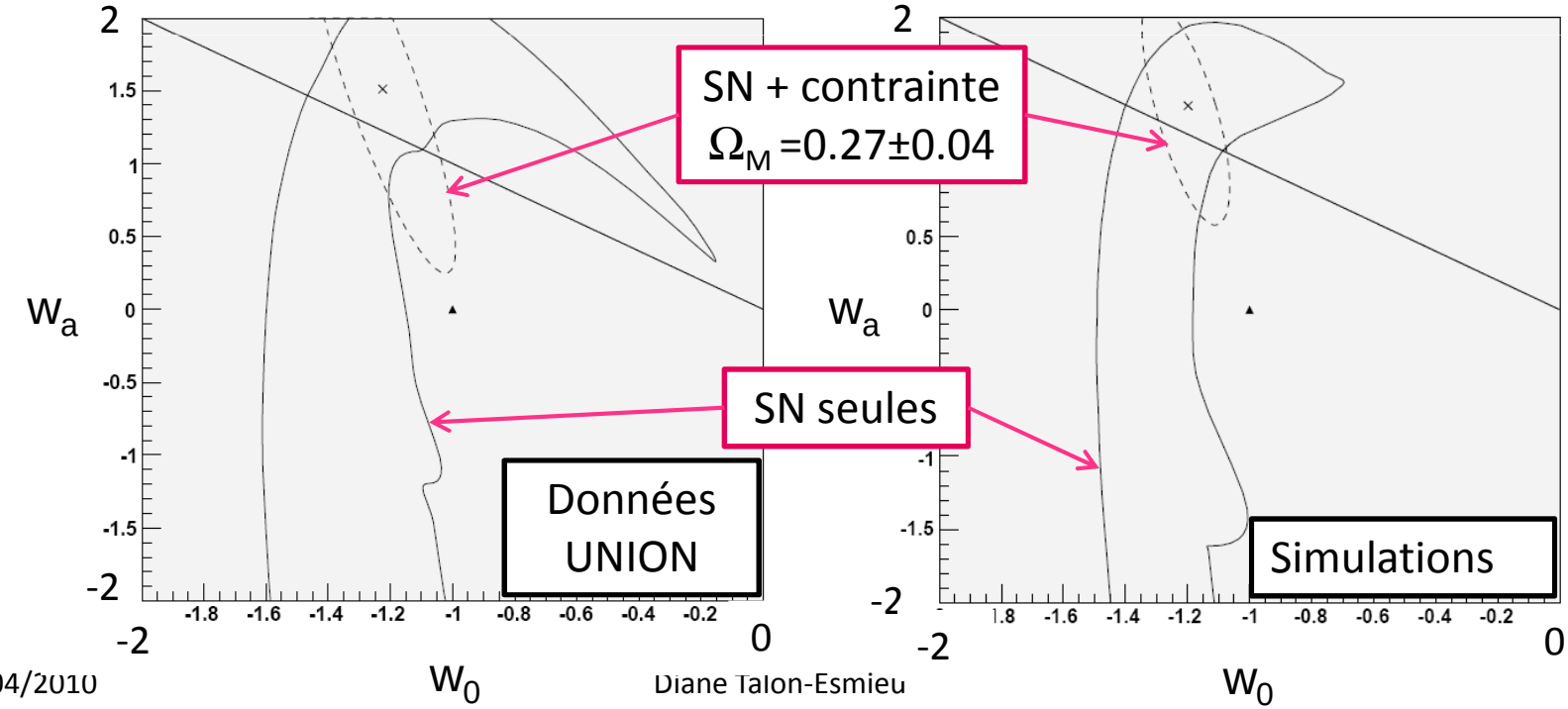
Modèle simulé	Contrainte	Ajustement
$\Omega_M \neq 0.27$ + (w_0,w_a)	$\Omega_M = 0.27 \pm 0.04$	(Ω_M,w_0,w_a)

$0. < \Omega_M = 0.45 < 0.51$

$w_0 = -1.02 \pm 0.77$ $w_a = -5.9 \pm 10.9$

$\Omega_M^F = 0.45$

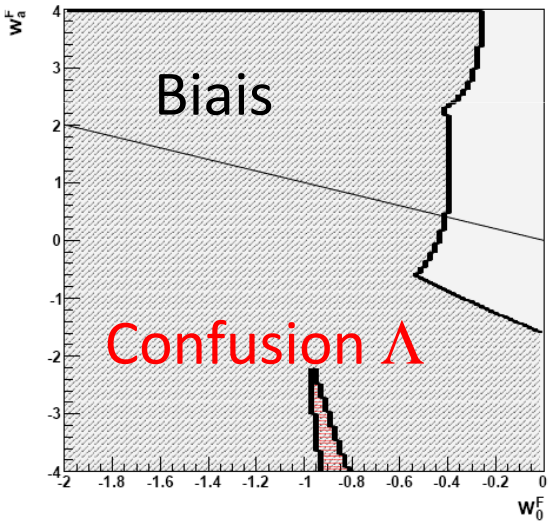
$w_0^F = -1.$ $w_a^F = -6.$



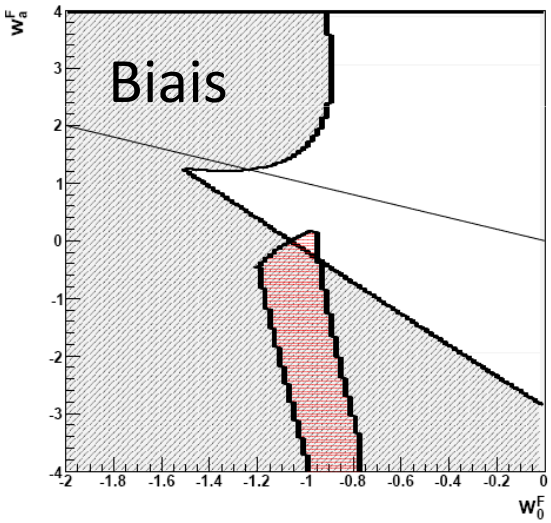
Étude de biais : a priori Ω_M=0.27 ± 0.04

Modèle simulé	Contrainte	Ajustement
$\Omega_M \neq 0.27$ + (w_0,w_a)	$\Omega_M = 0.27 \pm 0.04$	(Ω_M,w_0,w_a)

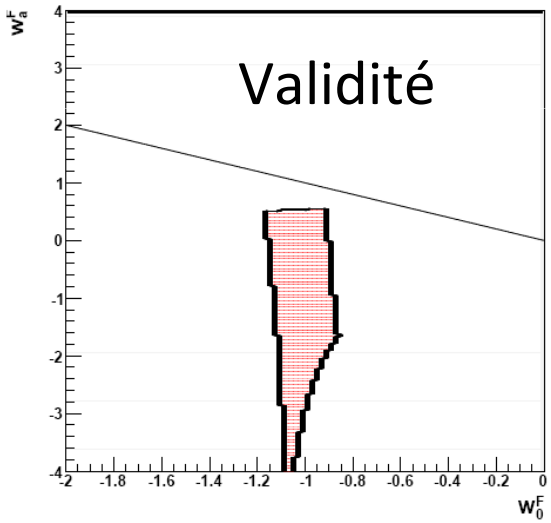
Ω_M^F = 0.45 (erreur à 3σ)



Ω_M^F = 0.35 (à 2σ)



Ω_M^F = 0.3 (<1σ)



- Faire attention à la confiance accordée aux contraintes extérieures.
- Pour éviter les contraintes extérieures : Combinaison de données.

UNE ANALYSE COMBINÉE AVEC LES PARAMÈTRES RÉDUITS

Les paramètres réduits

Les résultats obtenus

La combinaison (SN + CMB + BAO)

- BUT : Déterminer w_0 et w_a avec la plus grande précision.
- **11 paramètres** à extraire.
  - **Avantages :**
    prend en compte dans le même ajustement tous les paramètres et toutes les sondes,
    description plus fiable et plus complète de l'Univers.
  - **Inconvénients :**
    de nombreux paramètres à ajuster => grand temps de calcul (une année de temps CPU pour un contour !!!).

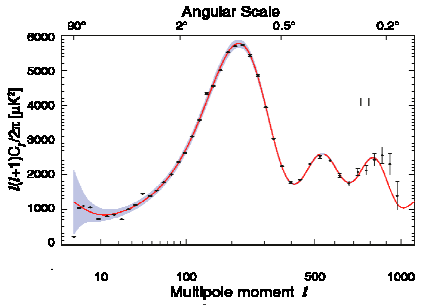
Paramètres	
Ω_b	Densité de matière baryonique
Ω_c	Densité de matière noire
Ω_X	Densité d'énergie noire
w_0	Paramètres d'équation d'état de l'énergie noire
w_a	
M_s	Normalisation du diagramme de Hubble (SN)
A_s	Amplitude du spectre des perturbations primordiales
n_s	Indice spectral
$h=H_0/100$	Constante de Hubble
τ	Profondeur optique à la recombinaison
b	Biais (BAO)

Les paramètres réduits

Remplacer les 4 paramètres du CMB par R:

$$R = \sqrt{\Omega_M} H_0 (1+z_*) D_A(z_*) = \sqrt{\frac{\Omega_M}{|\Omega_k|}} S_k \left(\sqrt{|\Omega_k|} \int_0^{z_*} \frac{dz}{\frac{H(z)}{H_0}} \right)$$

$$z_* = 1100$$



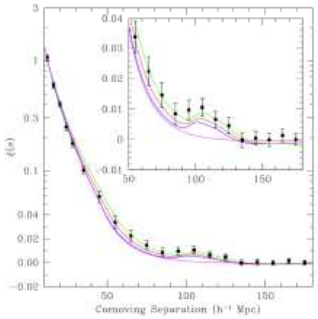
Extrait de WMAP (5ans) :

R = 0.170 ± 0.019

Remplacer les 4 paramètres BAO par A :

$$A = \Omega_M \frac{H_0}{z_{bao}} \left((1+z_{bao})^2 D_A^2(z_{bao}) \frac{z_{bao}}{H(z_{bao})} \right)^{1/3} \qquad z_{BAO} = 0.35$$

$$A = \sqrt{\Omega_m} \left(\frac{H(z_{BAO})}{H_0} \right)^{-1/3} \left[\frac{1}{z_{BAO}\sqrt{|\Omega_k|}} \mathcal{S} \left(\sqrt{|\Omega_k|} \int_0^{z_{BAO}} \frac{1}{\frac{H(z')}{H_0}} dz' \right) \right]^{2/3}$$



Extrait de SDSS (Eisenstein et al. 2005):

A = 0.469 ± 0.017

$$\left(\frac{H(z)}{H_0} \right)^2 = \Omega_M (1+z)^3 + \Omega_k (1+z)^2 + \Omega_X (1+z)^{3(1+w_0+w_a)} e^{-3w_a z/(1+z)}$$

Combinaison

➔ Restent 5 paramètres : M_S , Ω_M , Ω_X , w_0 , w_a

- Fond diffus cosmologique (R): $\chi^2_{CMB} = \left(\frac{R^{th}(P_\alpha) - R}{\sigma_R} \right)^2$

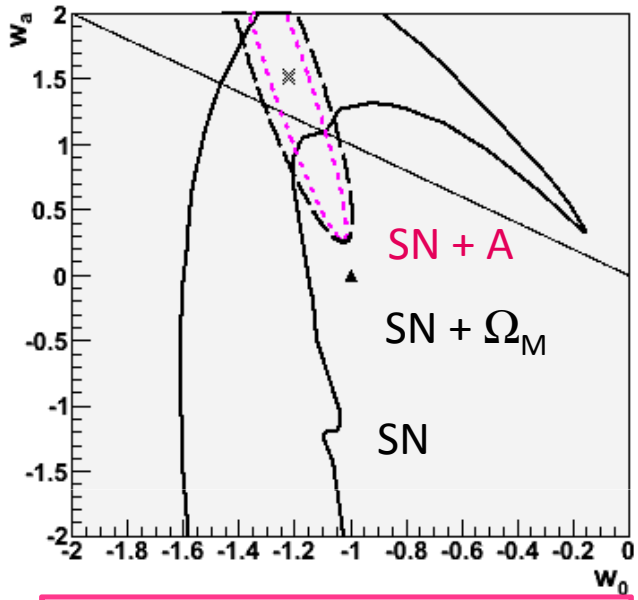
- Oscillations acoustiques de baryons (A): $\chi^2_{BAO} = \left(\frac{A^{th}(P_\alpha) - A}{\sigma_A} \right)^2$

- Combinaison SN + R + A :

$$\chi^2 = \chi^2_{SN} + \chi^2_{CMB} + \chi^2_{BAO} = \sum_i \left(\frac{m(P_\alpha, z_i) - m_i}{\sigma_{m_i}} \right)^2 + \left(\frac{R^{th}(P_\alpha) - R}{\sigma_R} \right)^2 + \left(\frac{A^{th}(P_\alpha) - A}{\sigma_A} \right)^2$$

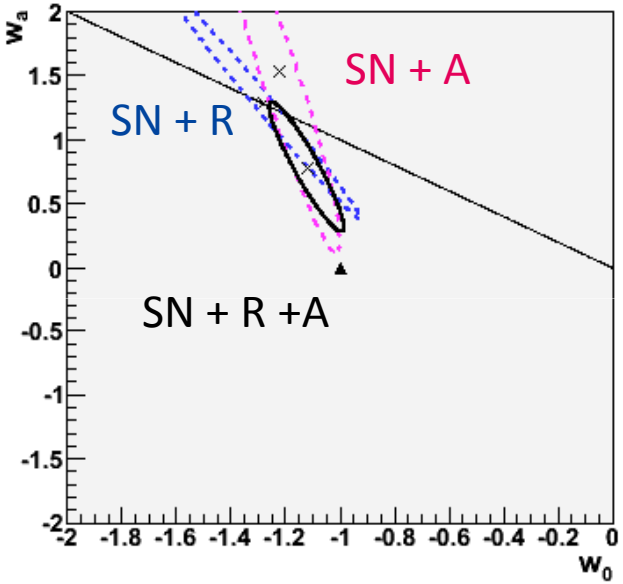
- Analyse de Fisher possible

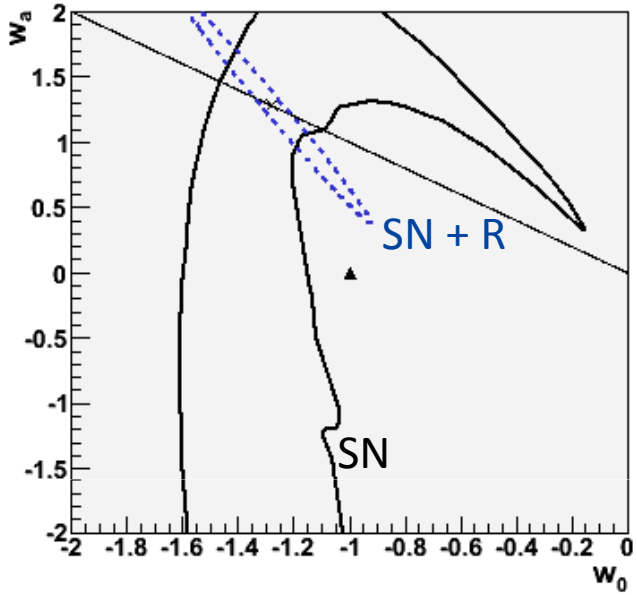
Résultats avec UNION + WMAP + SDSS



Le paramètre A apporte la même information que la contrainte extérieure sur Ω_M

Avec platitude

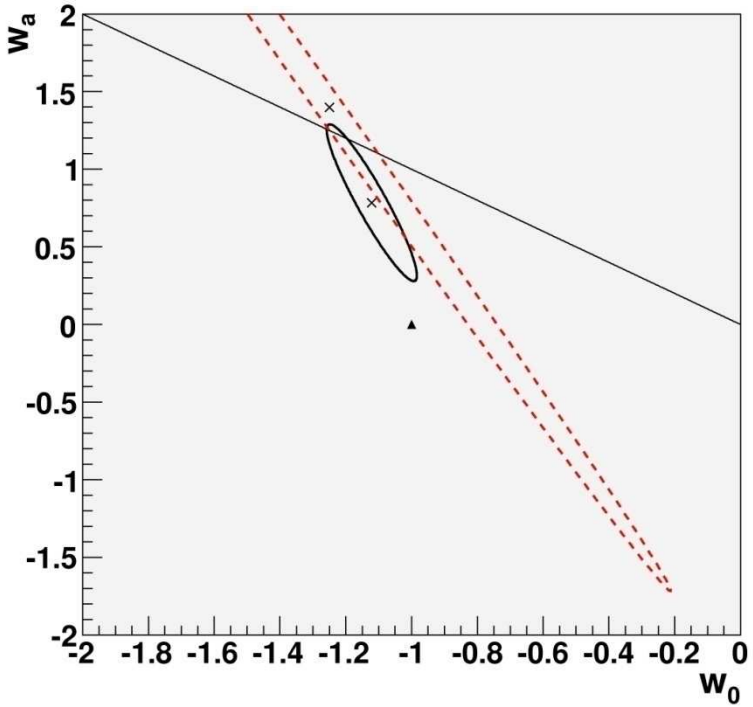




Le paramètre R réduit fortement les incertitudes

Données	Ω_M	w_0	w_a
SN + Ω_M	0.270 ± 0.040	-1.23 ± 0.23	1.5 ± 1.3
SN + A	0.267 ± 0.021	-1.22 ± 0.21	1.5 ± 1.3
SN + R	0.305 ± 0.070	-1.28 ± 0.36	-1.3 ± 0.9
SN + R + A	0.275 ± 0.018	-1.12 ± 0.14	0.8 ± 0.5

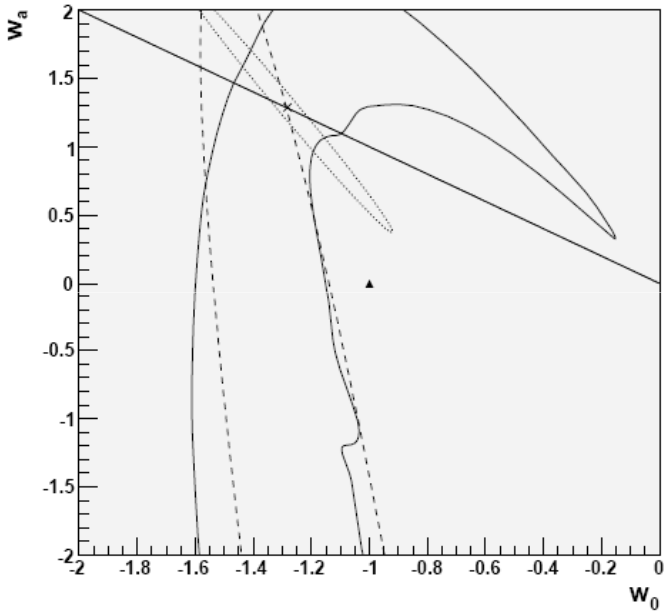
Avec/sans platitude



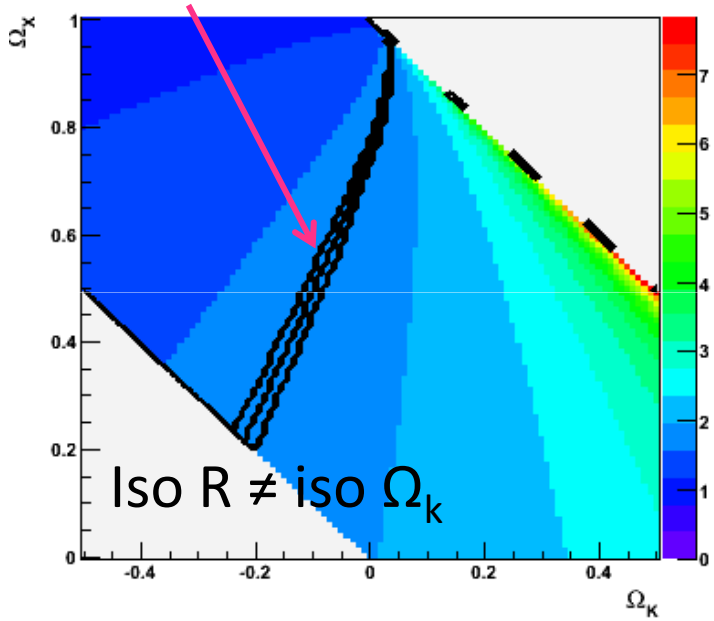
Données	Ω_M	Ω_X	w_0	w_a
SN + R + A (plat)	0.275 ± 0.018	/	-1.12 ± 0.14	0.8 ± 0.5
SN + R + A	0.270 ± 0.020	0.69 ± 0.48	-1.25 ± 1.038	1.4 ± 3.1

Interprétation

Fond diffus cosmologique (R)



R = 0.170 ± 0.019



La dégénérescence géométrique rend difficile l'extraction de Ω_X et Ω_k dans le même ajustement.

Bilan de l'analyse

- Pour extraire w_a:
  - On peut utiliser A pour remplacer la contrainte sur Ω_M
  - R, bien que réduisant les erreurs ne suffit pas à lever la dégénérescence avec la platitude.

=> On doit garder l'hypothèse de platitude pour diminuer les erreurs mais est-elle justifiée ?

BIAIS LIÉ À LA COURBURE

Biais lié à l'hypothèse de platitude

Biais lié à l'hypothèse de constante cosmologique

Le principe de cohérence

Motivations

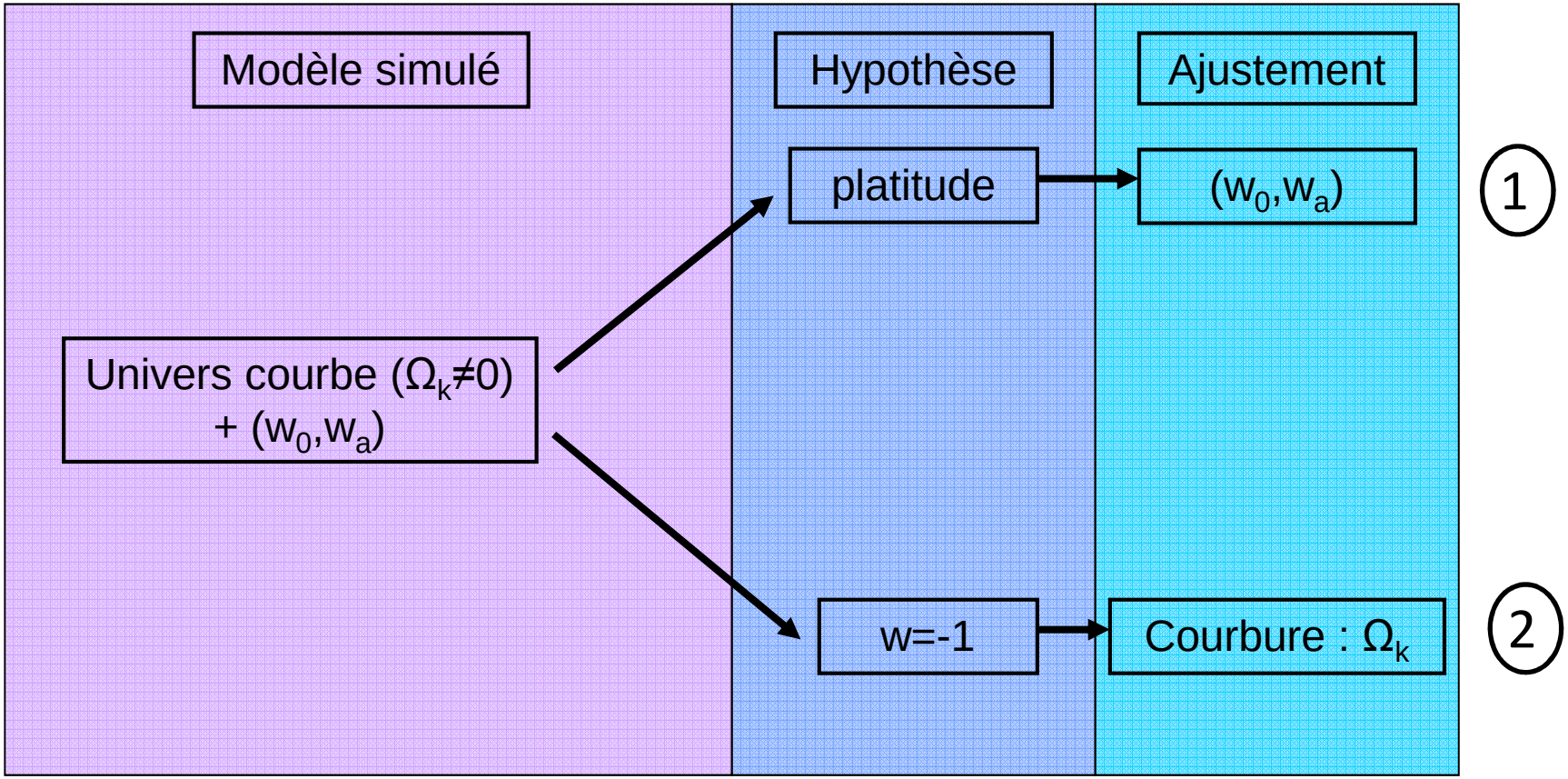
Sondes	Hypothèses	$\delta\Omega_k$ 68% (95%)
WMAP seul	w=-1	0.09 (0.2)
WMAP + BAO +SN	w=-1	0.0062 (0.012)
WMAP + BAO +SN	w=w0	0.0067 (0.013)
WMAP + BAO +SN	w(z)	0.018 (0.04)

- L'hypothèse de platitude est souvent justifiée par l'inflation qui prédit une courbure nulle.
- Les erreurs expérimentales sont compatibles avec Ω_k =0 mais restent grandes.

- Pour obtenir la meilleure précision sur Ω_k on impose la constante cosmologique.
- Pour mesurer l'énergie noire on impose le plus souvent la platitude.
- Quel impact de ces deux hypothèses si elles sont fausses ?
- Double hypothèse = cercle vicieux ?

Schéma d'analyse

Utilisation de simulations pour étudier les biais d'analyse :



Simulations

- 2 scénarios statistiques de simulation :
  - **scénario à court terme :**

    700 SN (0.3<z<1) sondage type SNLS

    + 200 SN (z<0.1) sondage type SN factory

    Erreurs pour R : σ (R) = 0.03 de WMAP

    Erreurs pour A : σ (A) = 0.017 de SDSS
  - **scénario à long terme :**

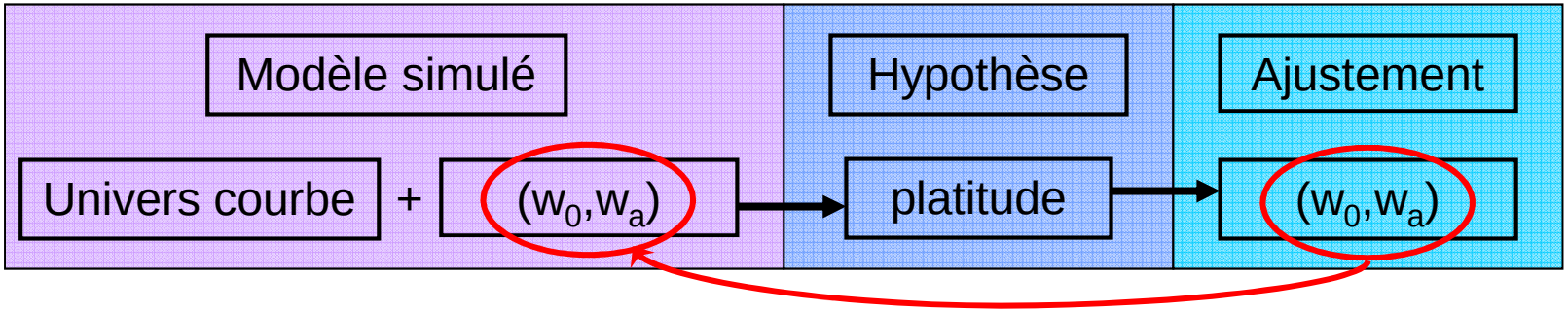
    2000 SN (0.2<z<1.7) sondage type SNAP/JDEM

    + 300 SN (z<0.1) SN sondage type SN factory

    Erreurs pour R : σ(R) = 0.01 attendues pour PLANCK

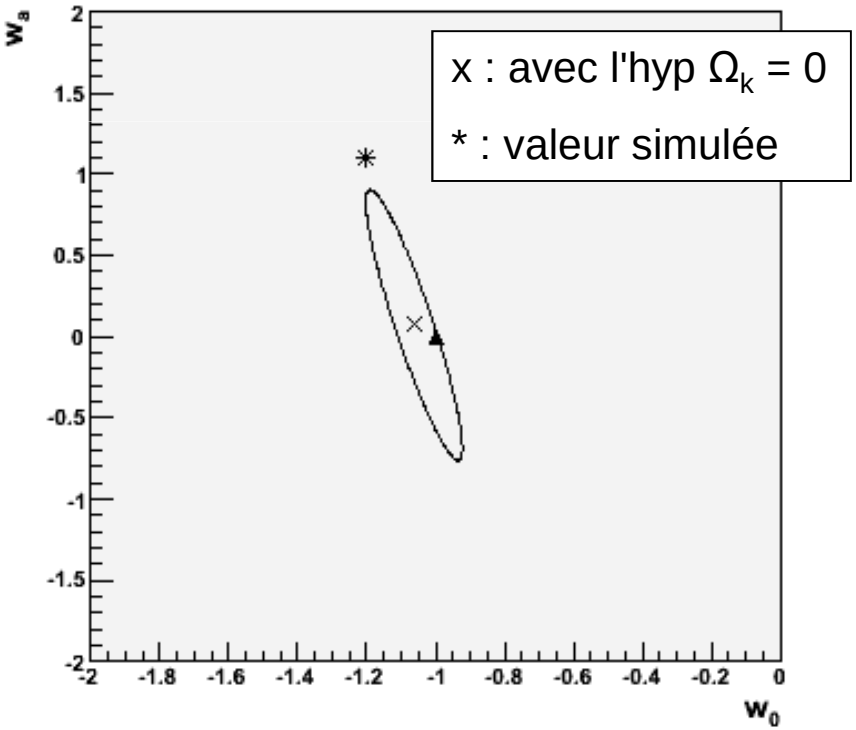
    Erreurs pour A : σ(A) = 0.005 attendues pour un futur sondage de galaxies au sol

Etude 1 : hypothèse de platitude



Modèle ouvert:
$\Omega_k = 0.04$,

Energie noire dynamique :
$w_0 = -1.2$
$w_a = 1.1$



- Mauvaise détermination de la nature de l'énergie noire
- Reconstruction d'une constante cosmologique au lieu d'une énergie noire dynamique

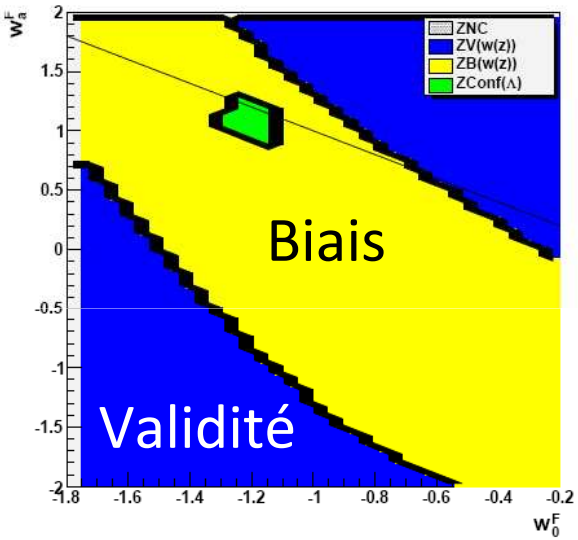
Méthode

- Etude de biais :
  - Critère de détectabilité : $\chi^2 > 5\sigma$ ($\sigma = \sqrt{2n}$)
  - Biais : $|P - P^F| > \sigma(P)$ avec P le paramètre mesuré et F=modèle vrai
  - Confusion avec un modèle remarquable:

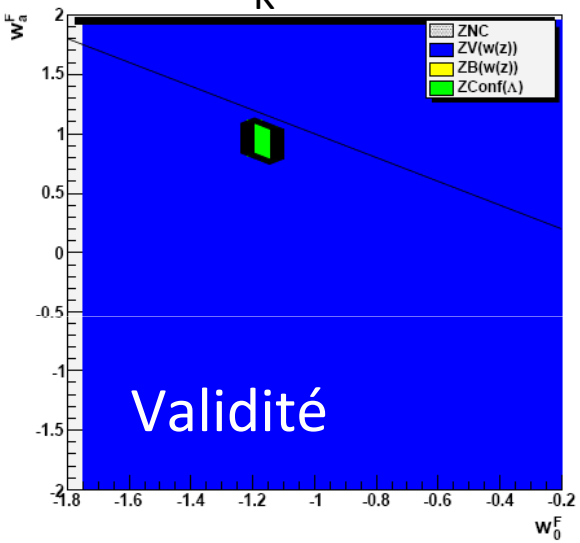
    $|P - P^*| < \sigma(P)$ avec P* la valeur dans ce modèle (ex Λcdm)

Etude 1 : Analyse générale

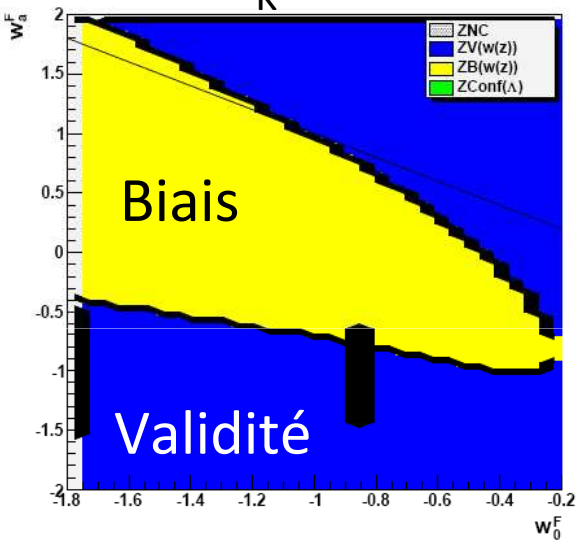
Univers ouvert : Ω_K =0.04



Univers ouvert : Ω_K =0.02

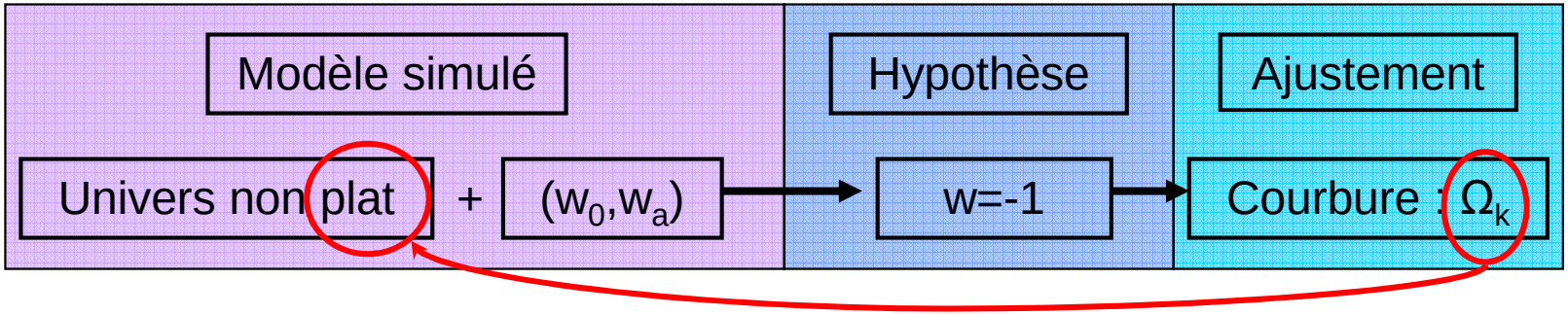


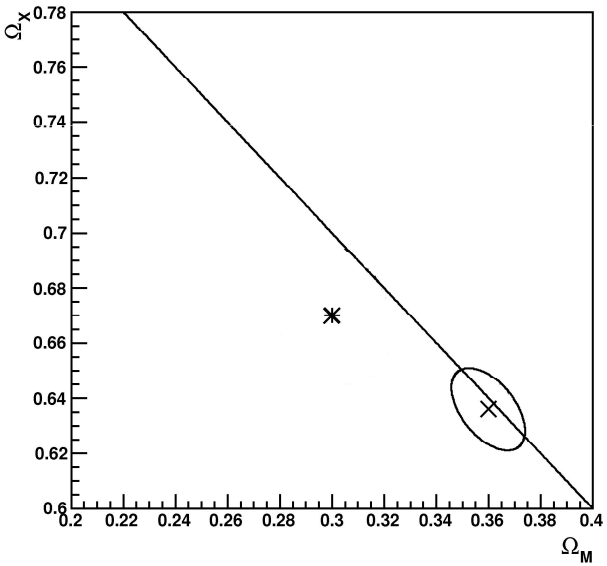
Univers fermé : Ω_K =-0.02



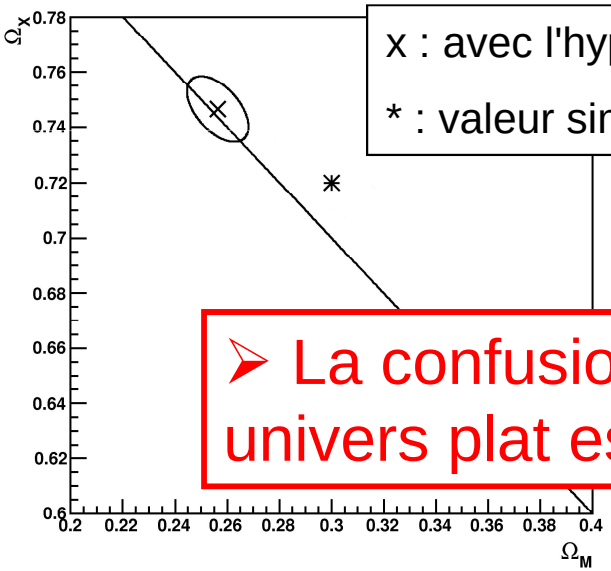
- Biais indétectable couvre le plan des $|\Omega_k|>0.02$
- Confusion avec la constante cosmologique possible pour certains modèles d'univers ouverts.
- Le biais s'accentue dans le long terme ($|\Omega_k|>0.01$) et confusion encore possible.

Etude 2 : hypothèse w=-1





Modèle ouvert :
$\Omega_k = 0.03$
$w_0 = -0.9$ $w_a = 0.5$



x : avec l'hyp w=-1

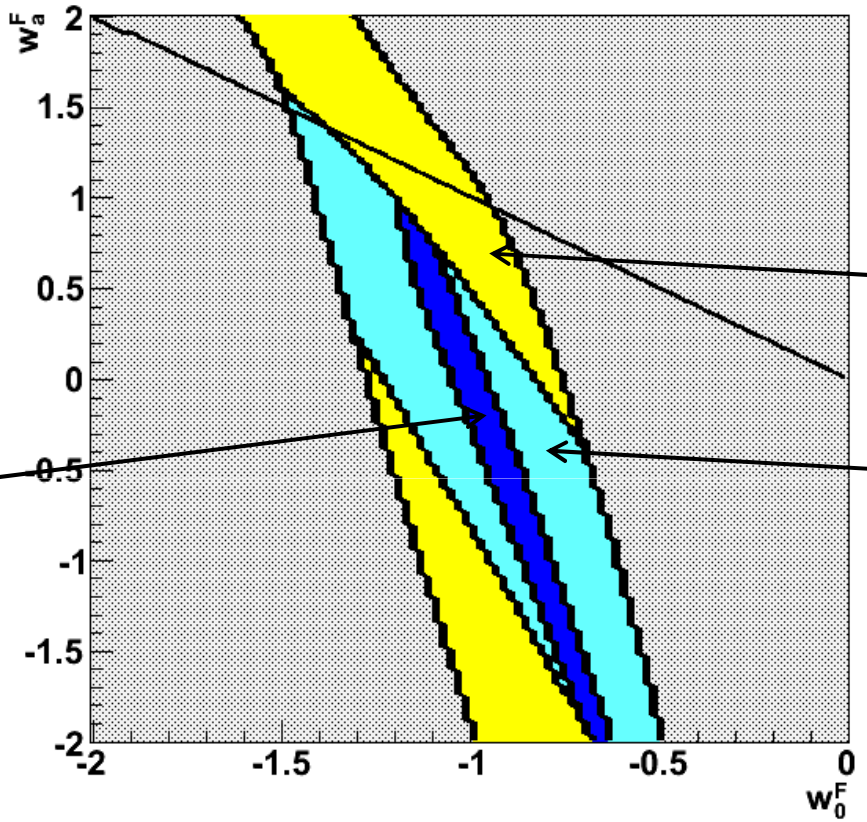
* : valeur simulée

➢ La confusion avec un univers plat est possible.

Modèle fermé :
$\Omega_k = -0.02$
$w_0 = -0.9$ wa = -1.5

Etude 2 : Biais sur la courbure

$\Omega_k^F = 0.02$



Biais

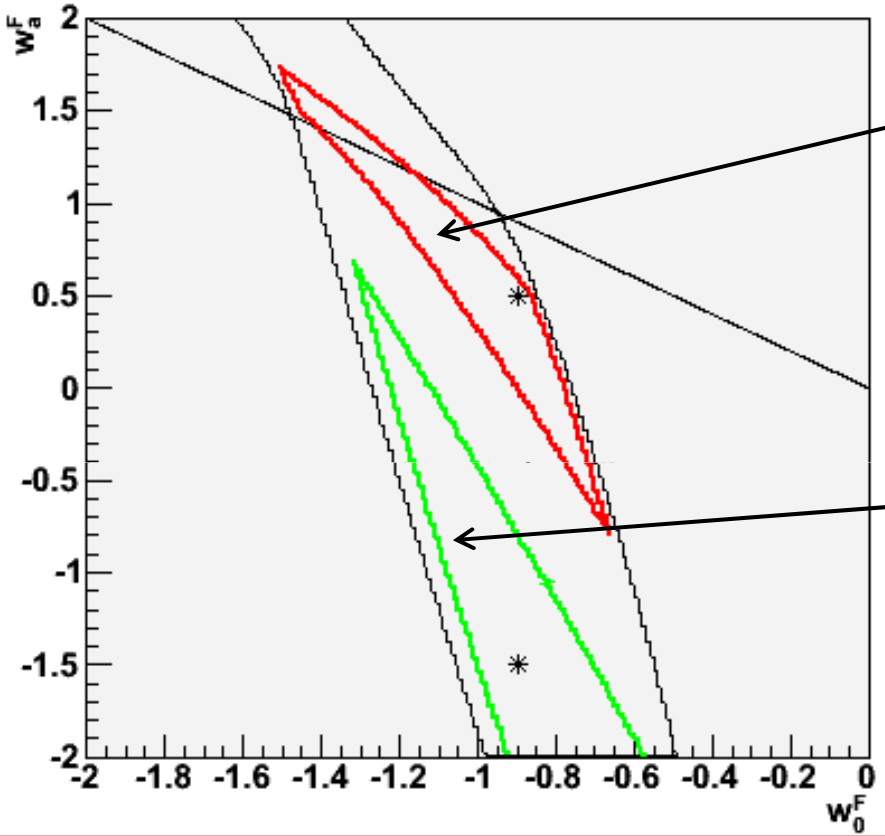
Validité

Ω_k valide mais Ω_M et Ω_X biaisés

- L'hypothèse de constante cosmologique entraîne des biais importants.
- En supposant w=-1, peu de modèles présentent une bonne reconstruction du paramètre de courbure.

Etude 2 : confusion avec un univers plat

Zone de confusion avec un univers plat



Modèles d'univers ouverts :

$\Omega_k = 0.02$

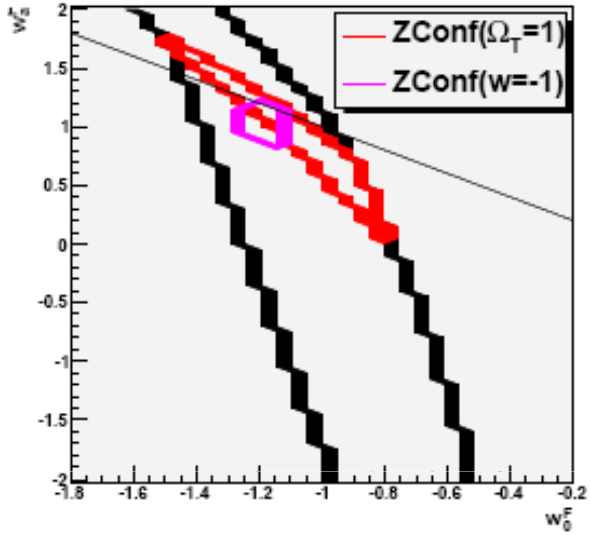
Modèles d'univers fermés :

$\Omega_k = -0.02$

- L'hypothèse de constante cosmologique peut engendrer une confusion d'un univers courbe avec un univers plat.
- Plus de statistiques permettent de contraindre le critère de détectabilité mais biais et confusion demeurent.

Le cercle vicieux ?

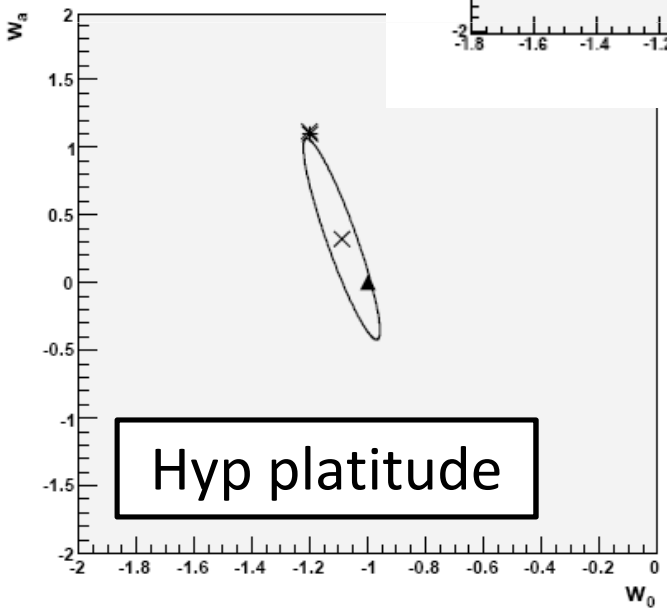
Un modèle d'univers courbe avec une énergie noire dynamique peut-il être reconstruit ΛCDM plat avec les 2 hypothèses d'ajustement?

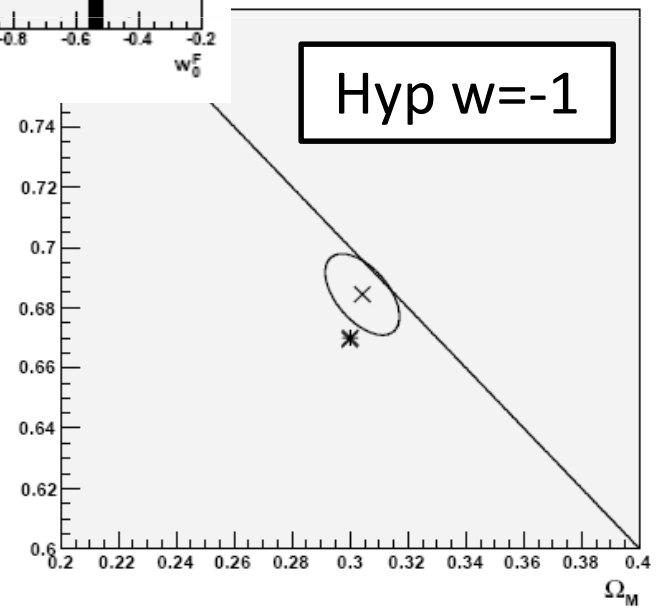


Modèle d'univers ouvert :

$\Omega_k = 0.03$

$w_0 = -1.2$ $w_a = 1.1$





Bilan de l'étude

- Dans les erreurs de WMAP, il est possible d'avoir des biais importants entre les paramètres d'énergie noire et la courbure.

- Il existe des modèles d'univers courbes avec une énergie noire dynamique dont l'ajustement est compatible avec ΛCDM plat.

- Le principe de cohérence limite les problèmes de confusion => justifiant l'utilisation de la platitude à ce jour.

Cf. J-M Virey, D. Talon-Esmieu, A. Ealet, P. Taxil, A. Tilquin, JCAP 0812 (2008) 008 (arXiv:0802.4407 [astro-ph]) : *On the determination of curvature and dynamical Dark Energy.*

LA COMBINAISON GLOBALE

La méthode d’extraction

Les résultats obtenus

Objectifs

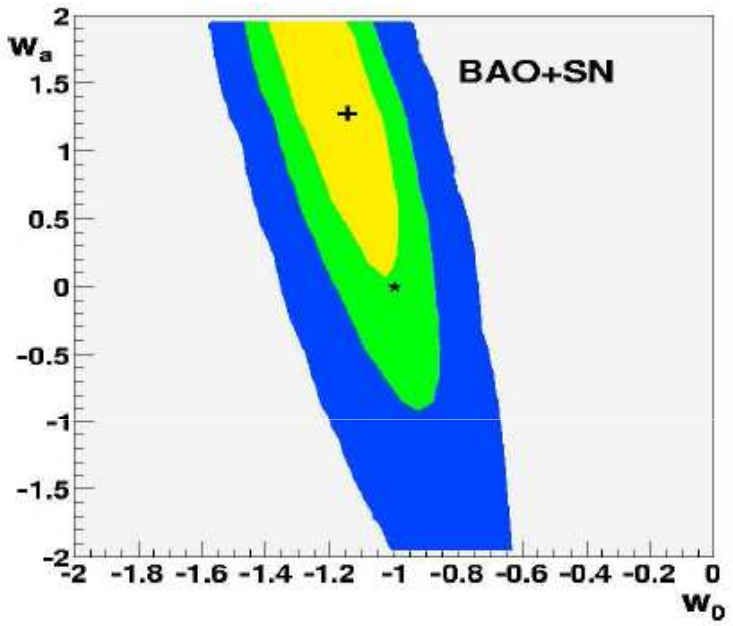
- Ajustement global à 11 paramètres.
- Validation de l'analyse avec les paramètres réduits.
- Calcul des erreurs par une méthode Monte Carlo (instabilités numériques du χ^2 et non gaussiannité du CMB)

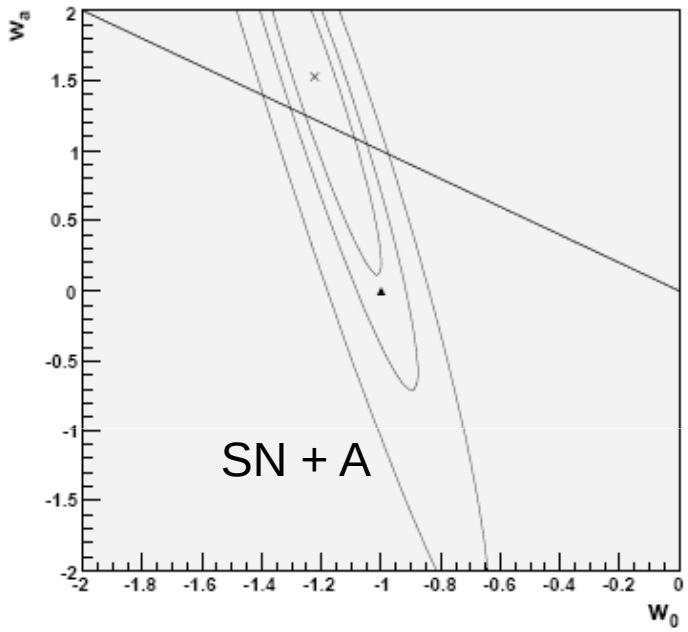
Les paramètres à extraire

- Données :
  - SN : UNION
  - CMB : WMAP 5
  - BAO : SDSS
- Conditions d'ajustement :
  - Hypothèse de platitude

Paramètres	
Ω_b	Densité de matière baryonique
Ω_c	Densité de matière noire
Ω_X	Densité d'énergie noire
w_0	Paramètres d'équation d'état de l'énergie noire
w_a	
M_s	Normalisation du diagramme de Hubble (SN)
A_s	Amplitude du spectre des perturbations primordiales
n_s	Indice spectral
$h=H_0/100$	Constante de Hubble
τ	Profondeur optique à la recombinaison
b	Biais (BAO)

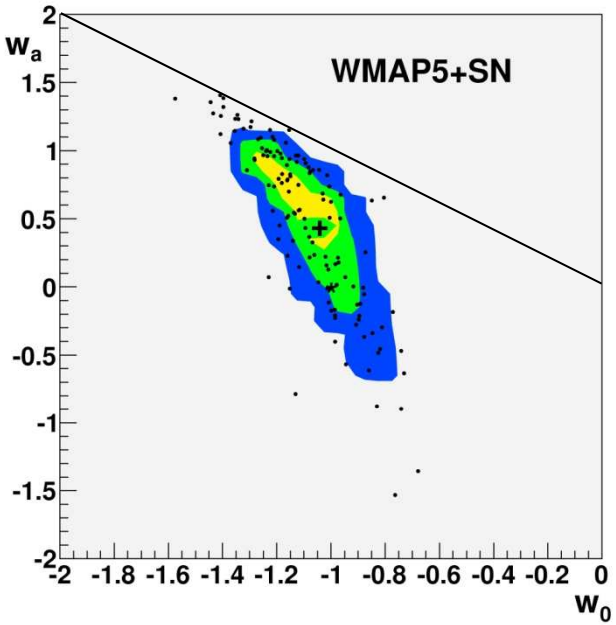
Comparaison avec les paramètres réduits

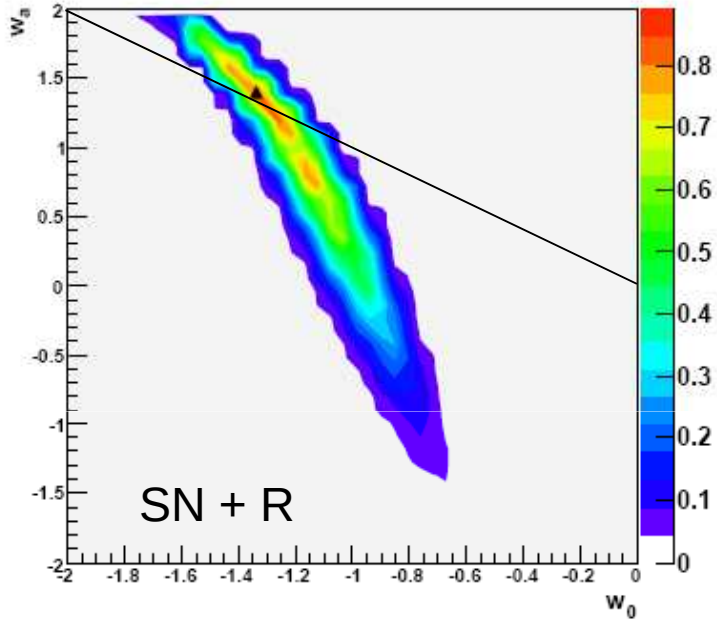




Paramètres	SN + BAO	SN + A
Ω_M	0.283 ± 0.041	0.267 ± 0.021
w_0	-1.28 ± 0.26	-1.22 ± 0.21
w_a	1.2 ± 1.8	1.5 ± 1.3

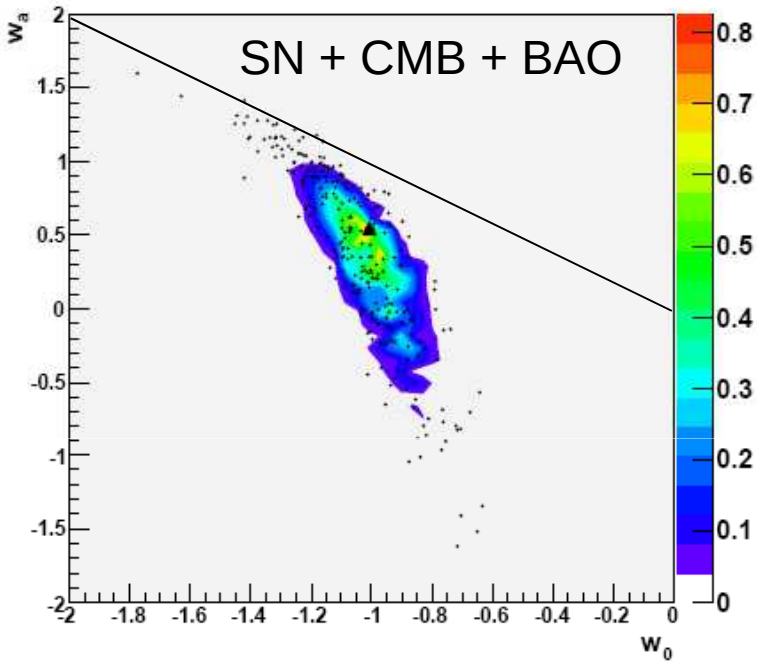
Comparaison avec les paramètres réduits

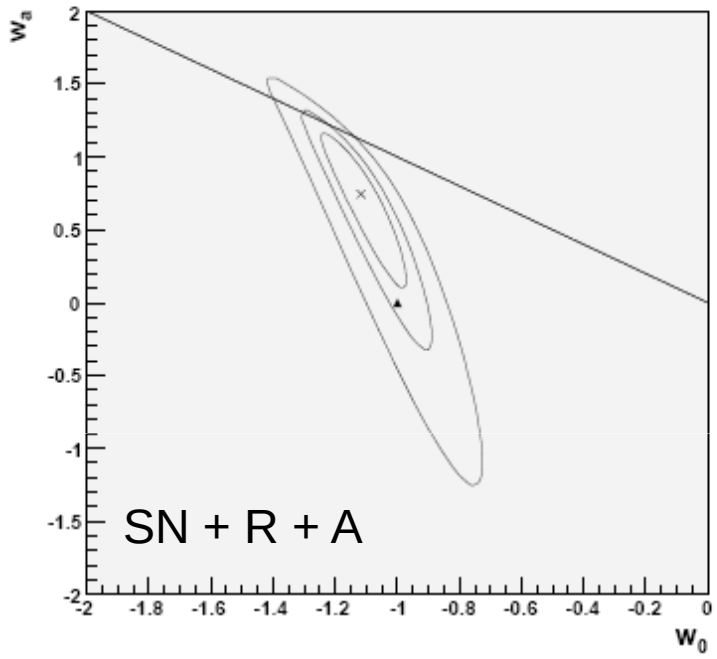




Paramètres	SN + CMB	SN + R
Ω_M	0.289 ± 0.051	0.305 ± 0.070
w_0	-1.12 ± 0.27	-1.28 ± 0.36
w_a	0.4 ± 1.0	1.3 ± 0.9

Comparaison avec les paramètres réduits





Paramètres	SN + CMB + BAO	SN + R + A
Ω_M	0.273 ± 0.028	0.275± 0.018
w_0	-1.03 ± 0.18	-1.12 ± 0.14
w_a	0.4 ± 0.8	0.8 ± 0.5

Conclusion

- Nous avons développé une méthode statistique d'extraction des paramètres de l'énergie noire.
- La combinaison des trois sondes (SN, CMB, BAO) est nécessaire pour obtenir une première estimation de wa.
- Les paramètres réduits R et A permettent une bonne approximation pour des simulations (pour évaluer les incertitudes).
- Nous avons vérifié que l'hypothèse de platitude peut être utilisée.
- Pour extraire les valeurs des paramètres d'énergie noire, il faudra réaliser une vraie combinaison globale.

Perspectives

- Se préparer à utiliser les données Planck de manière plus générale :
  - Relâcher la platitude…
- Se préparer aux nouveaux sondages (BigBOSS, EUCLID),
- Ajouter de nouvelles sondes : lentilles gravitationnelles faibles, comptage d'amas…
- Tester les cohérences entre les différentes sondes.
- Ajouter les erreurs systématiques.

MERCI !

BACKUP

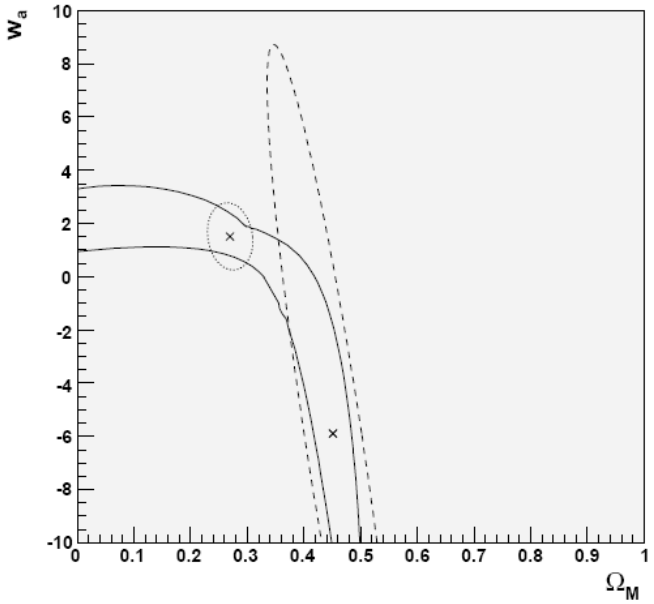
Calcul des incertitudes (analyse de Fisher)

- Déterminer les incertitudes sur les P_α a partir de celles sur m_i :

$$V_{ij}^{-1} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial m_i \partial m_j}\right] \quad \Longrightarrow \quad U_{kl}^{-1} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial P_k \partial P_l}\right]$$

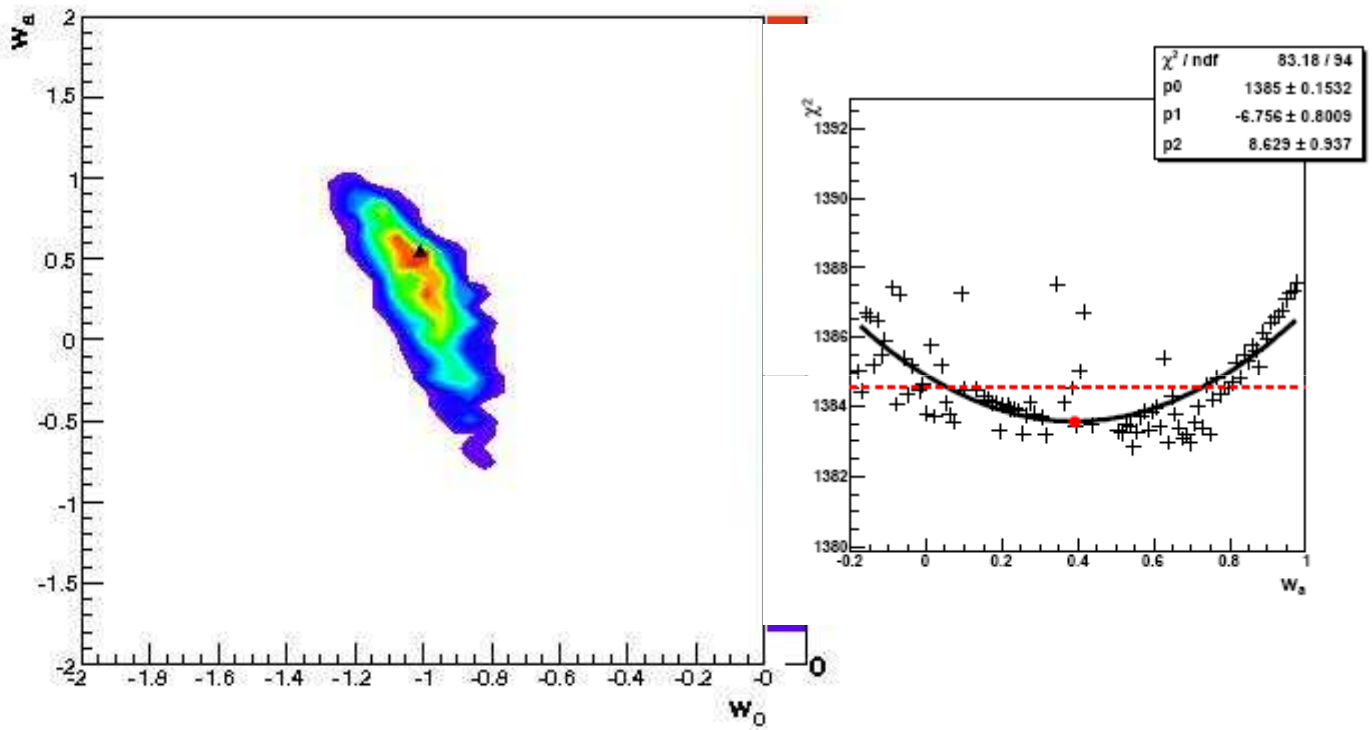
$$U^{-1} = \left[\frac{\partial m(P_\alpha, z_i)}{\partial P_\alpha}\right]^{\mathrm{T}} V^{-1}\left[\frac{\partial m(P_\alpha, z_i)}{\partial P_\alpha}\right] - \cancel{\left(m - m(P_\alpha, z_i)\right)^T V^{-1}\left[\frac{\partial^2 m(P_\alpha, z_i)}{\partial P_\alpha \partial P_\beta}\right]}$$

- Approximation de Fisher : dans le cas linéaire = 0



Calcul d'incertitude et contour

$$\chi^2 \leq \chi^2_{\min} + s^2$$



Instabilités numériques

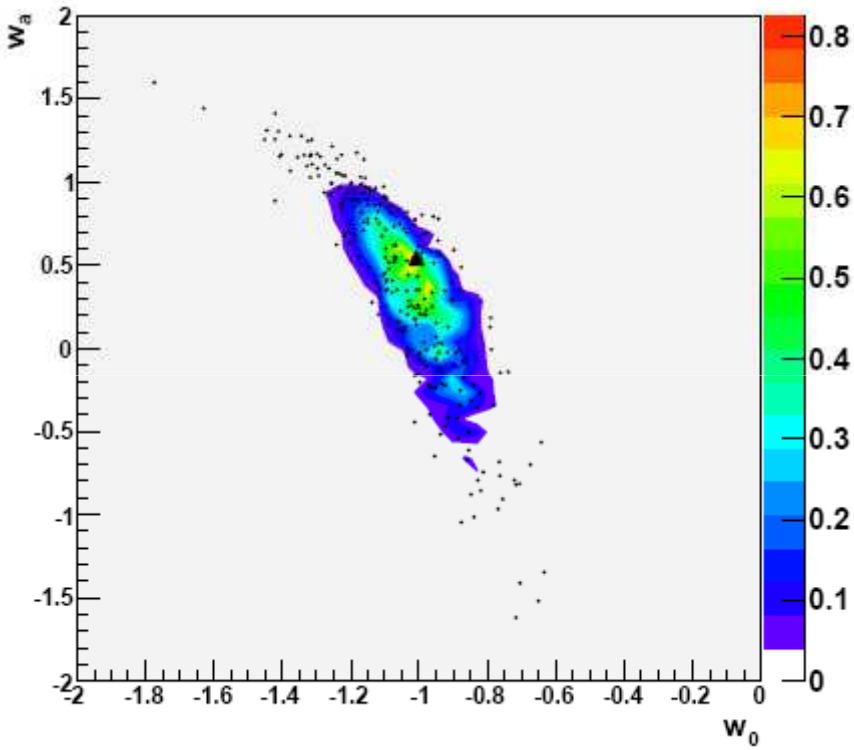
+ non gaussianité des erreurs sur les Cl

➢ Incertitudes sous-estimées

Calcul d'incertitude et contour

Méthode Monte Carlo

1. Minimisation sur tous les paramètres
2. Simulation des mesures des sondes dans les barres d'erreurs

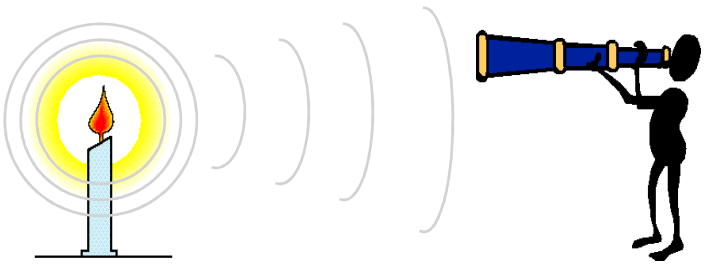


3. Ajustement des simulations
4. Les incertitudes sur les paramètres cosmologiques sont déduits de la distribution des nouveaux ajustements

➢ Meilleures estimations des incertitudes

Les supernovae de type Ia

- Chandelle standard



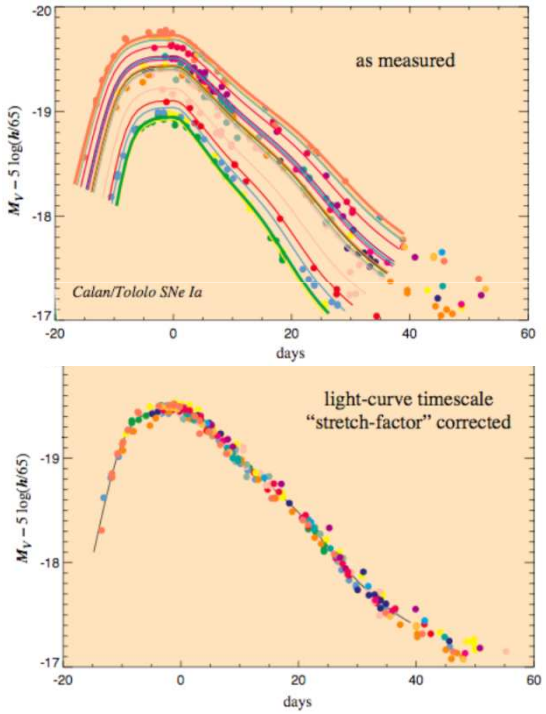
Luminosité intrinsèque L

$$d_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}$$

Flux observé f
Redshift z

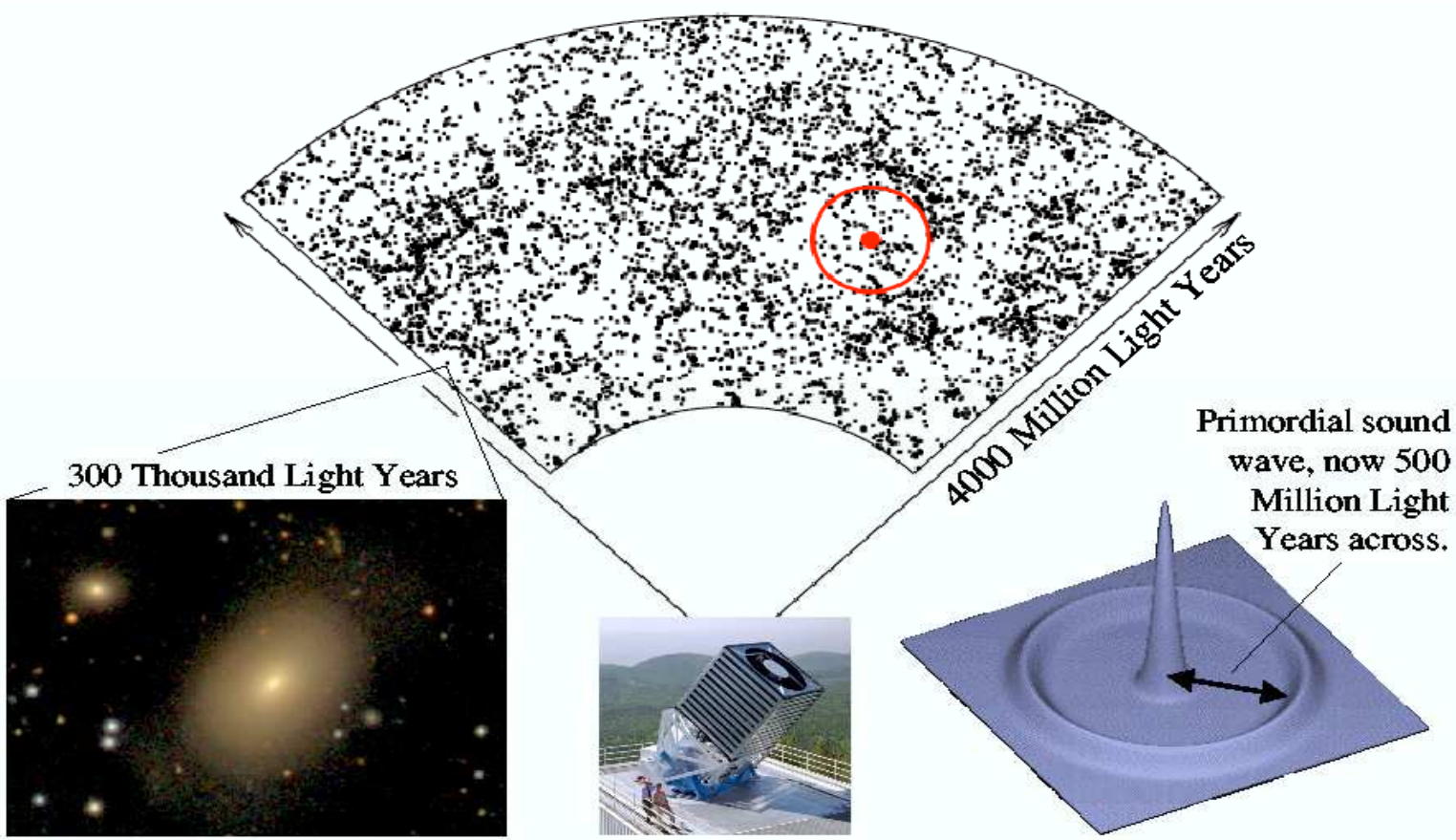
$$m(z) = M_S + 5\log_{10}\left(d_L \frac{H_0}{c}\right)$$

- Standardisation des courbes de lumière des Supernovae Ia



$$d_L(z)\frac{H_0}{c} = (1+z)\frac{1}{|\Omega_K|^{1/2}} S_K\left(|\Omega_K|^{1/2}\int_0^z \left[\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_K(1+z)^2 + \Omega_X(1+z)^{3(1+w_0+w_a)} e^{(-3w_a z/(1+z))}\right]^{-1/2} dz\right)$$

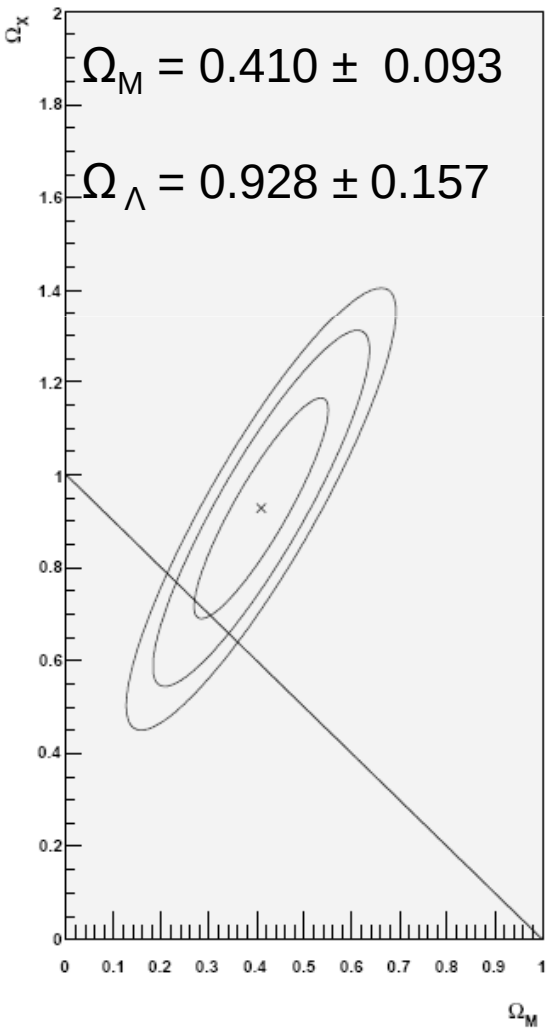
Les oscillations acoustiques de baryons

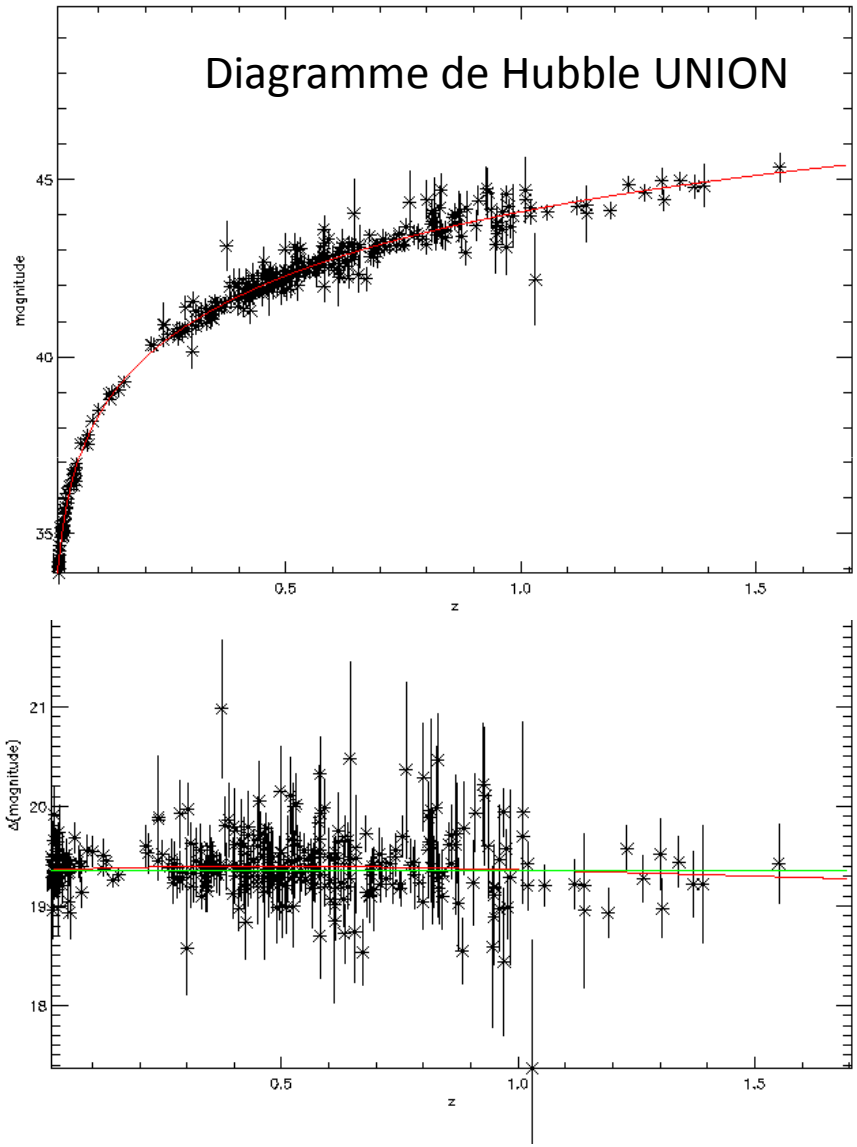


SDSS

Hypothèse w=-1 (Ω_M, Ω_X)

Hypothèse w=-1
(Ω_M, Ω_Λ)

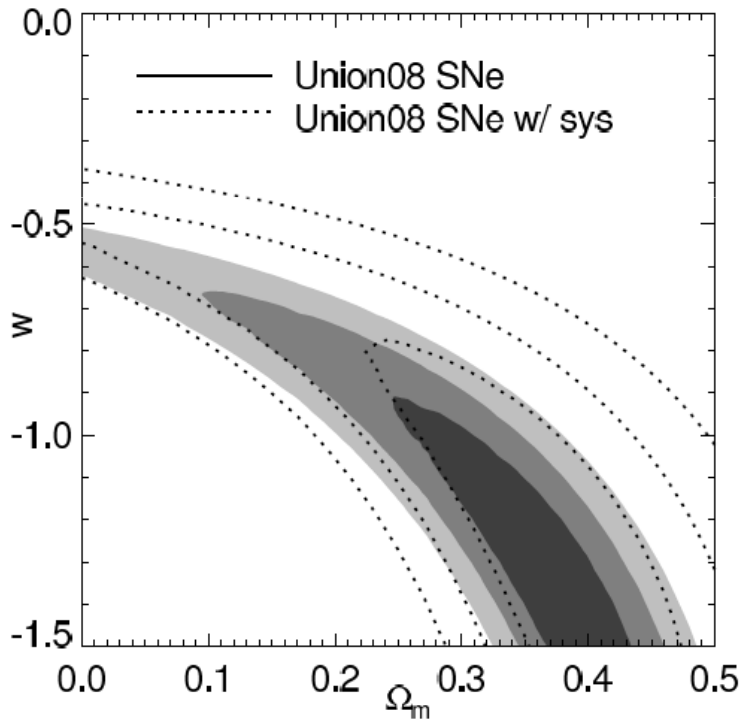


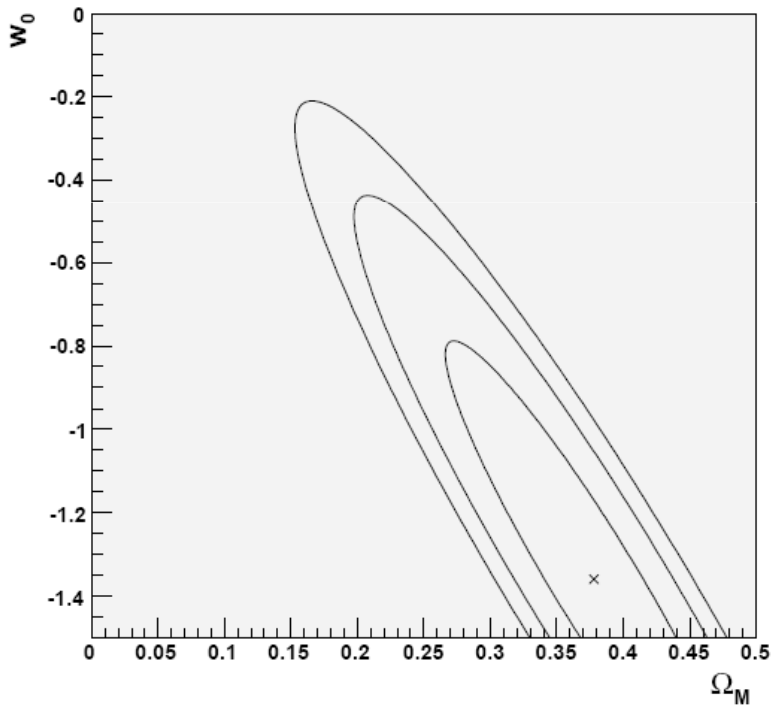


Hypothèse w=cst

- + hypothèse platitude :

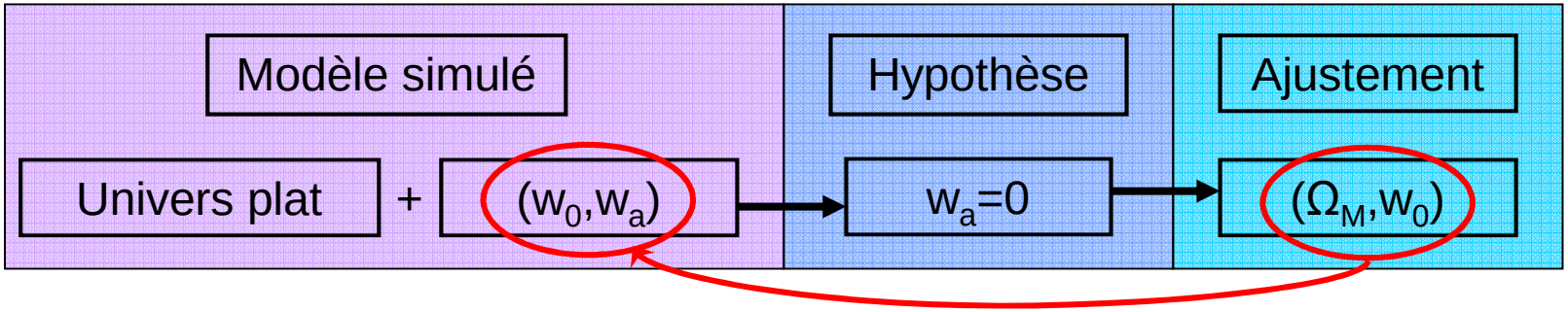
Ω_M = ± **0.378 ± 0.074,** w_0 = **1.36 ± 0.38**





Kowalski et al. (2008)

Étude de biais : hypothèse w_a=0



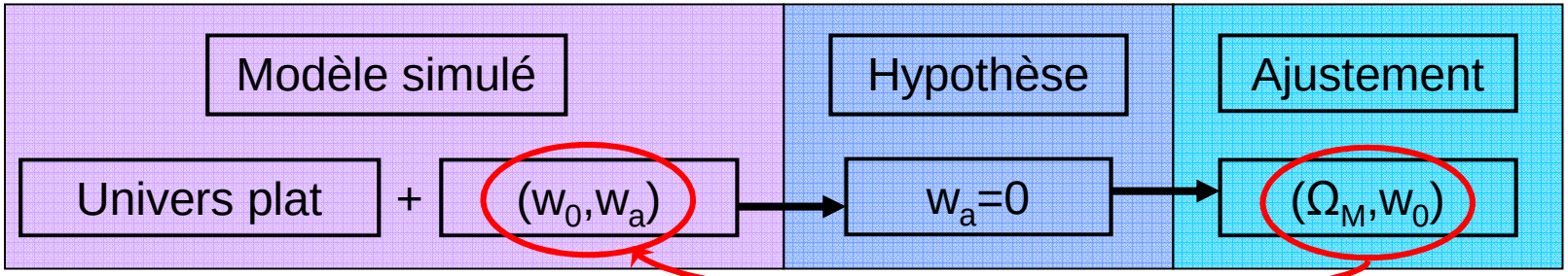
- Simulations :

  $\Omega_M^F = 0.3$; $\Omega_X^F = 0.7$; $-2 < w_0^F < 0$; $-2 < w_a^F < 2$

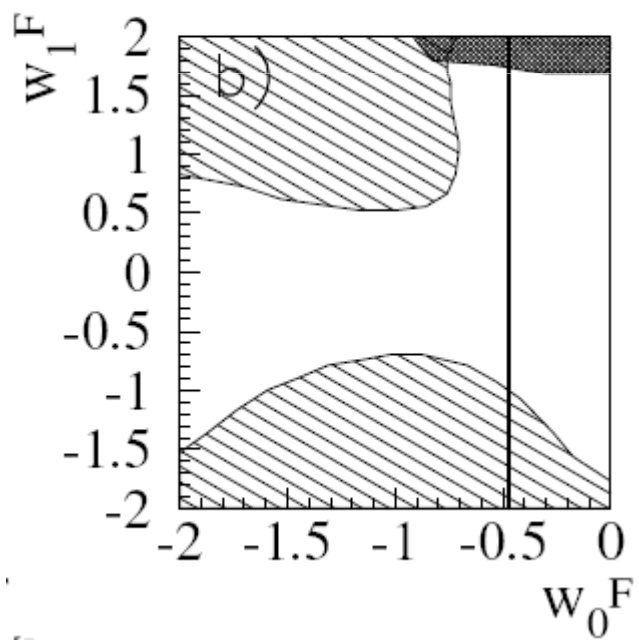
- Critère de détectabilité : $\chi^2 > 5\sigma(\chi^2)$

- Biais : $|P - P^F| > \sigma(P)$

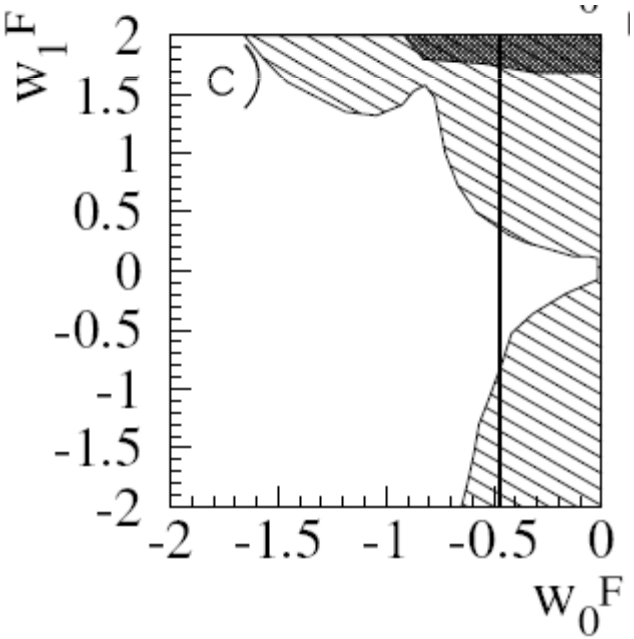
Étude de biais : hypothèse w_a=0



Biais sur Ω_M

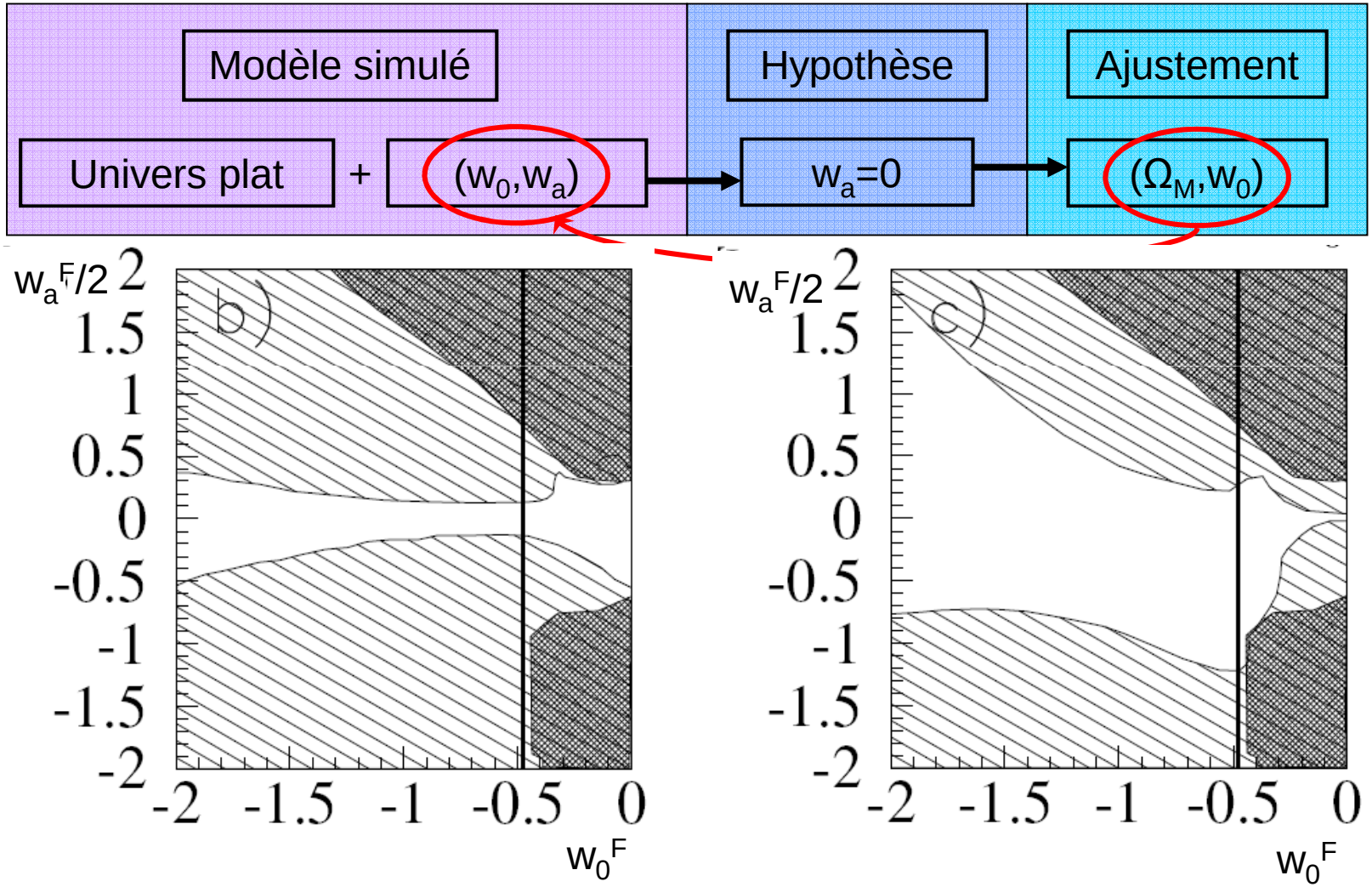


Biais sur w_0

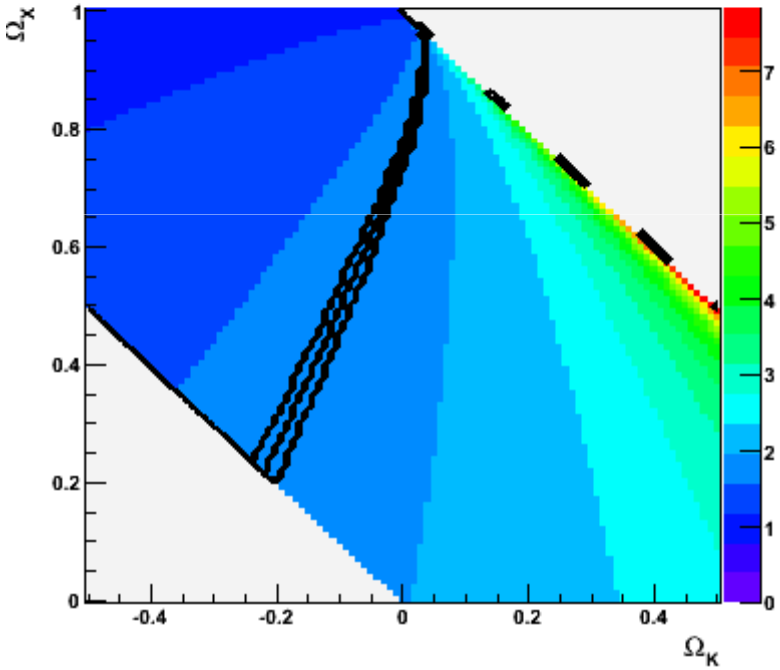


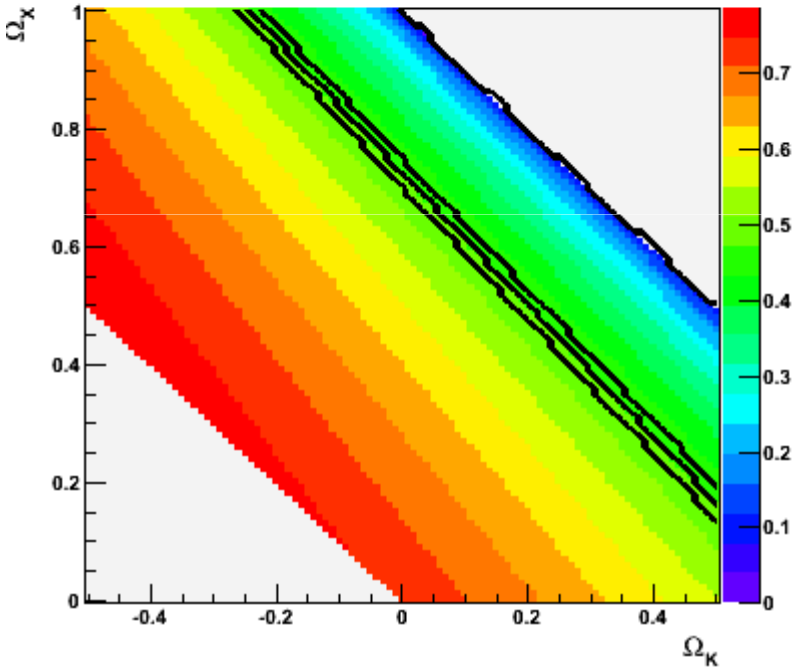
- Fixer w_a = 0 n'est pas un bon moyen de déterminer la densité de matière mais peut être utilisée pour la détermination de w_0

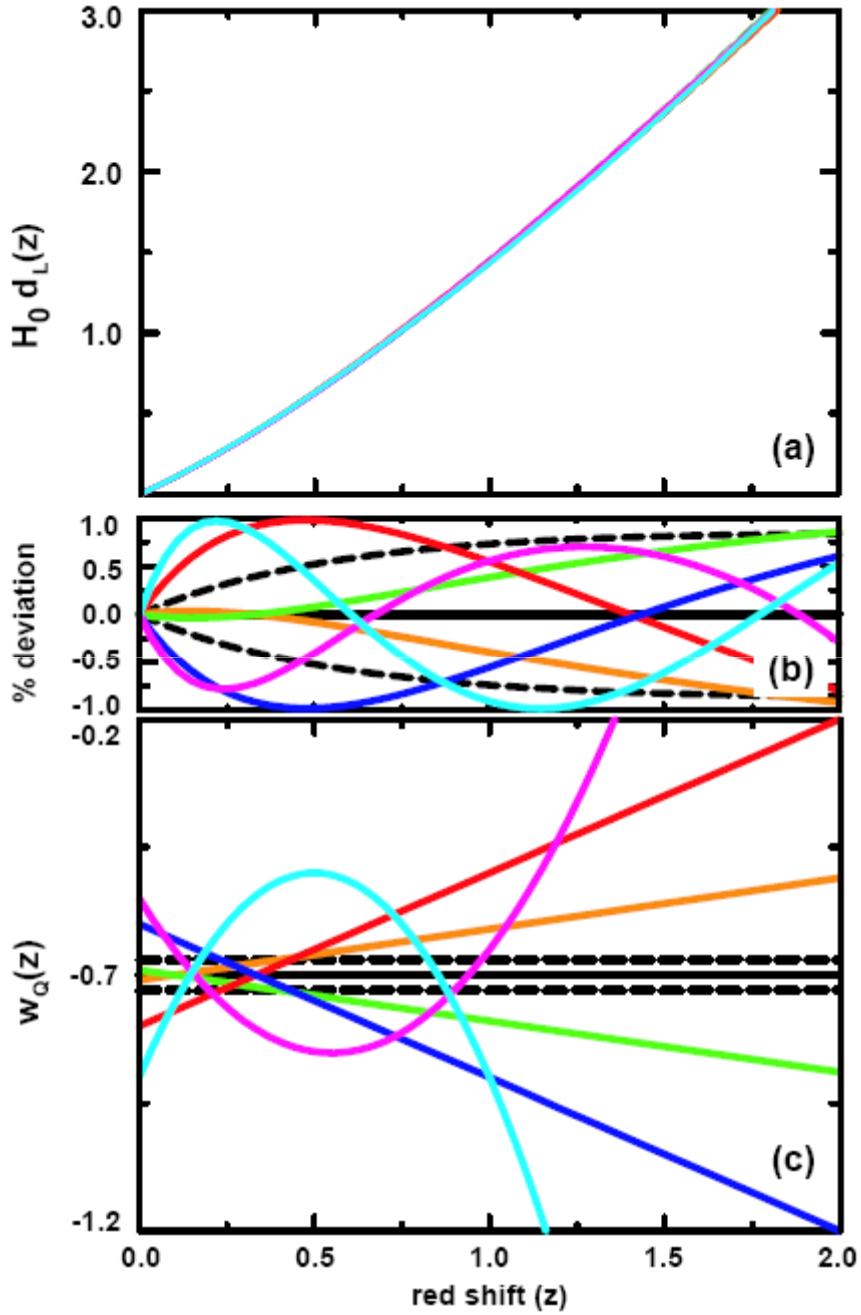
Étude de biais : hypothèse w_a=0



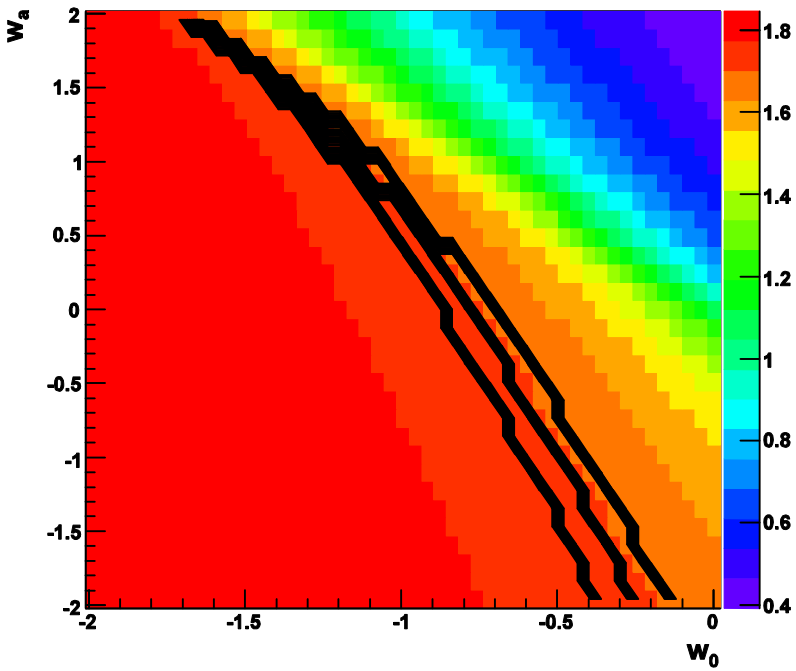
La dégénérescence géométrique

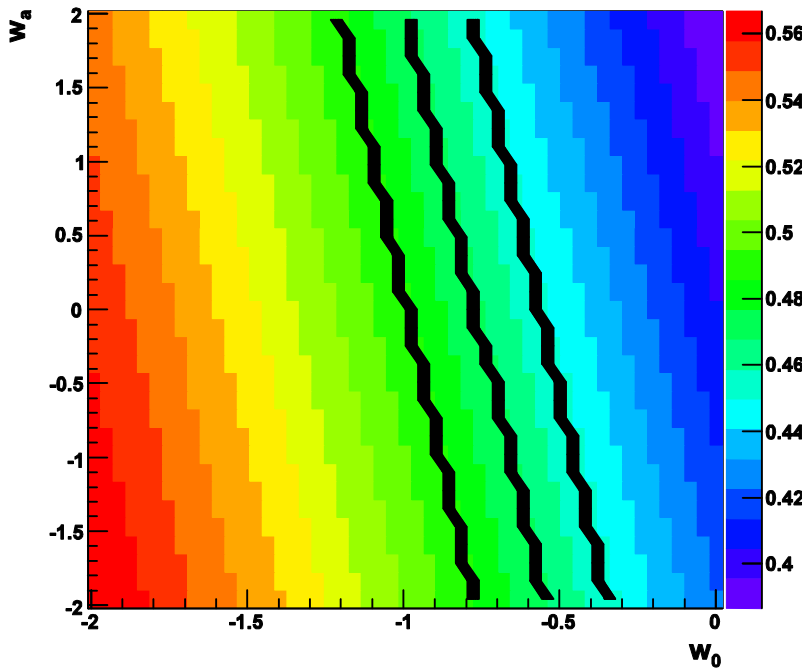




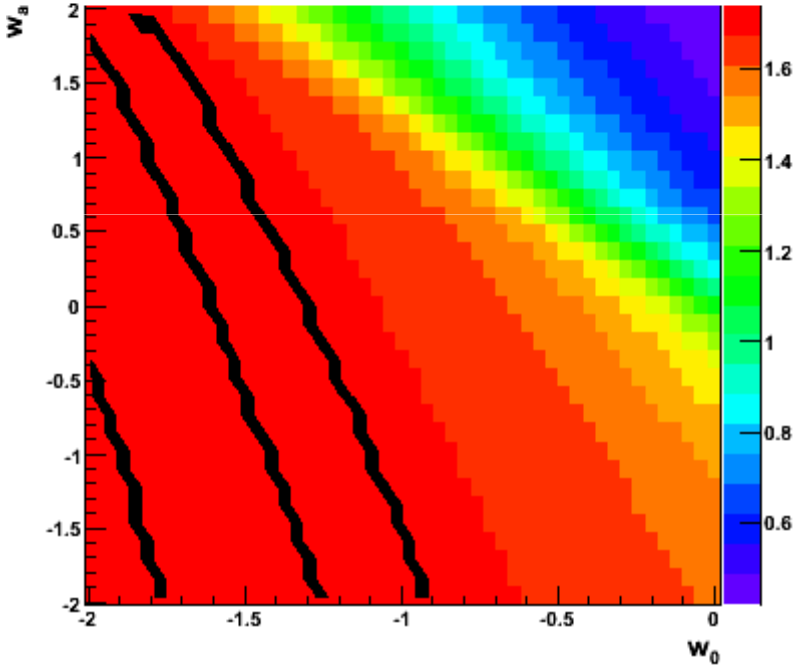

3.0
2.0
1.0
$H_0 d_L(z)$
(a)
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
% deviation
(b)
-0.2
-0.7
-1.2
$w_Q(z)$
(c)
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
red shift (z)

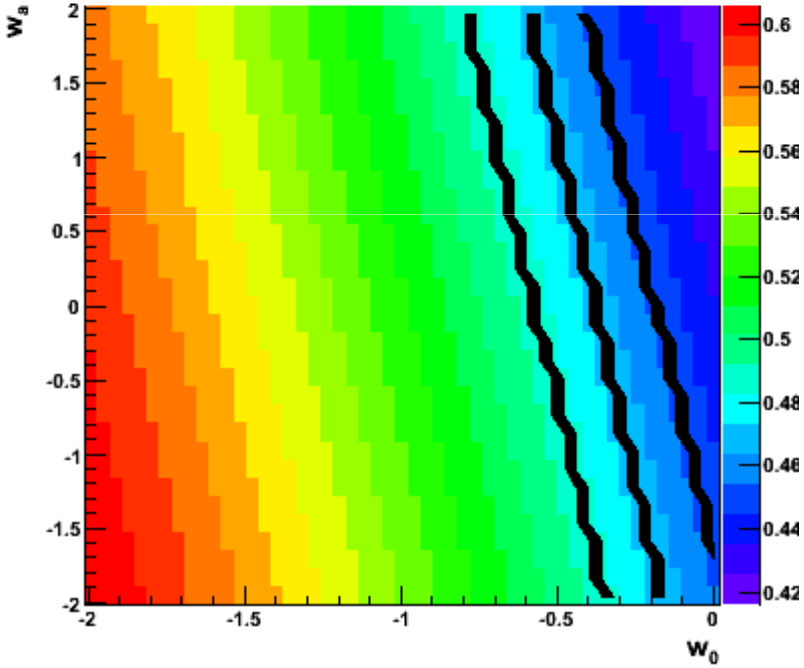
0.3+0.7


w_a
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
w_0
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4

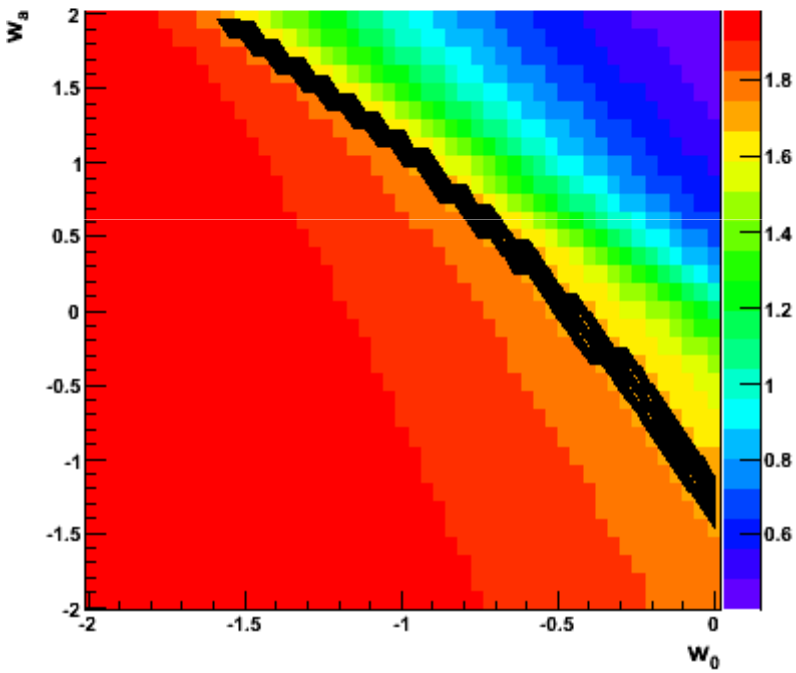

w_a
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
w_0
0.56
0.54
0.52
0.5
0.48
0.46
0.44
0.42
0.4

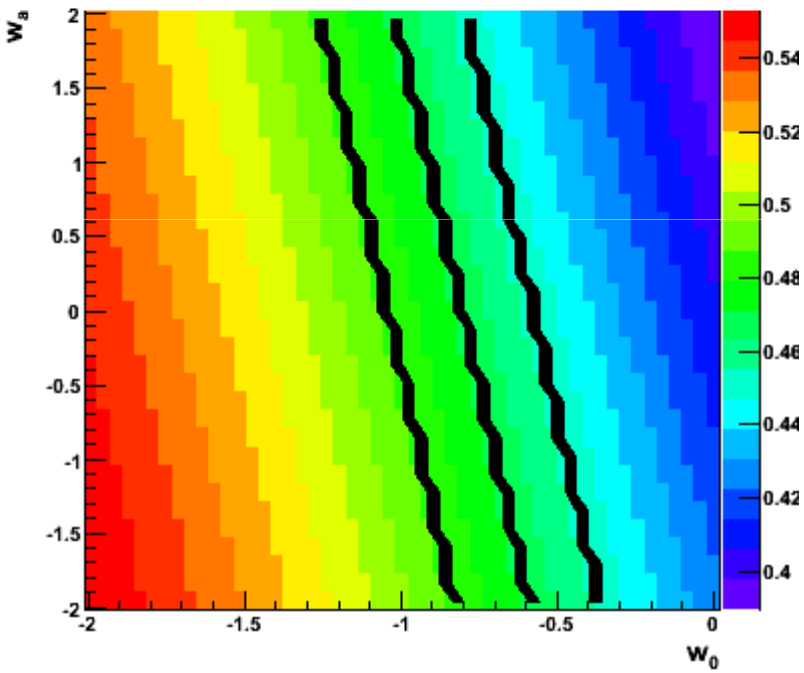
0.35+0.7


w_a
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
w_0
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6

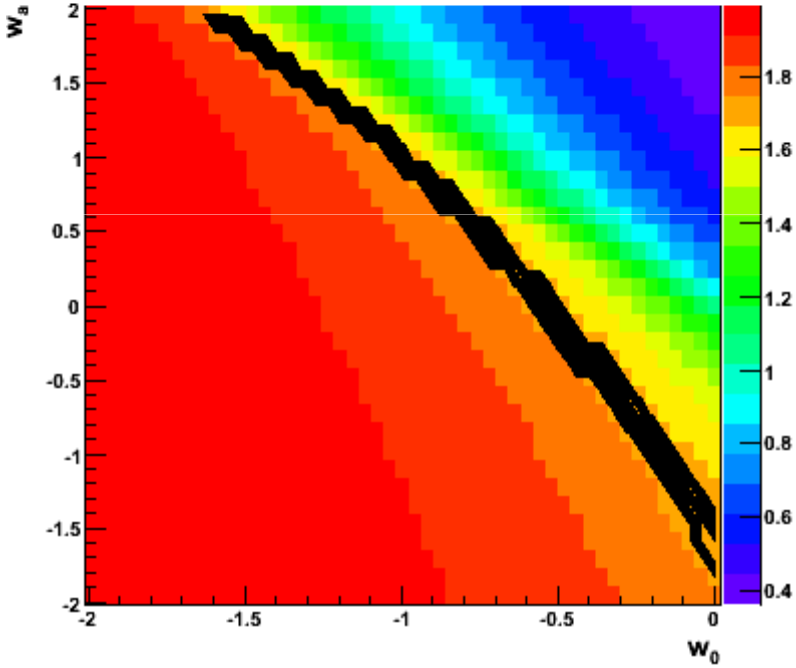

w_a
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
w_0
0.6
0.58
0.56
0.54
0.52
0.5
0.48
0.46
0.44
0.42

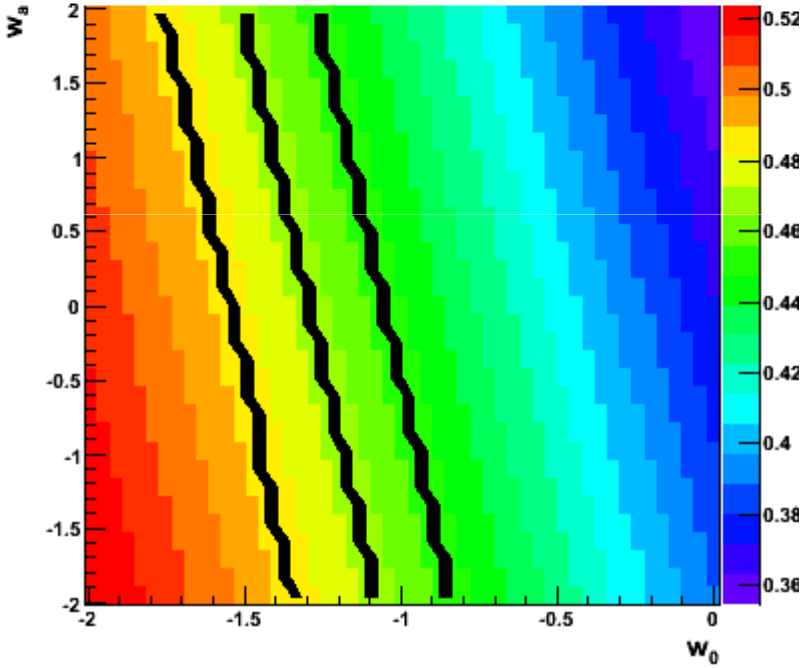
0.3+0.65


w_a
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
w_0
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6


w_a
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
w_0
0.54
0.52
0.5
0.48
0.46
0.44
0.42
0.4

0.25+0.7

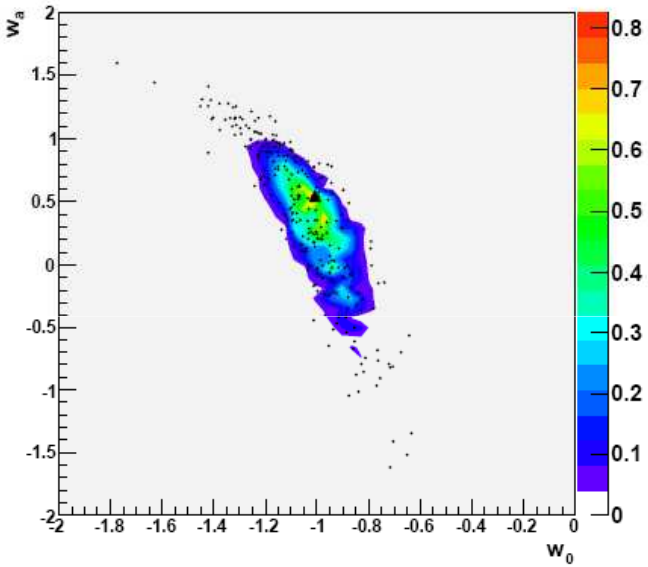

w_a
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
w_0
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4

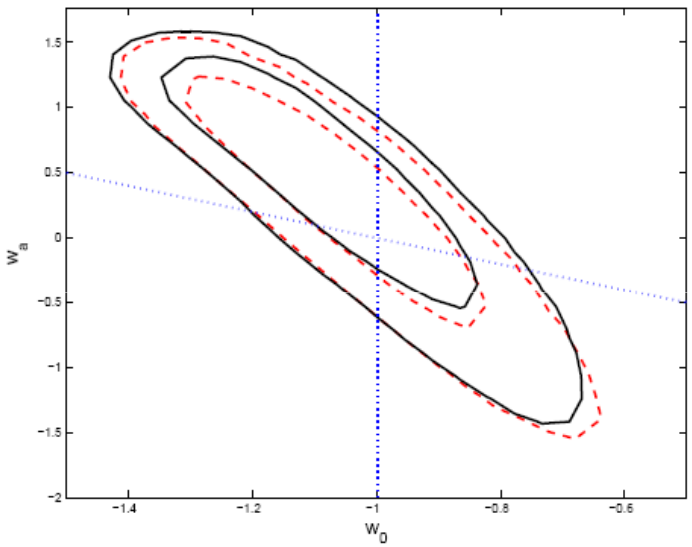

w_a
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2
-1.5
-1
-0.5
0
w_0
0.52
0.5
0.48
0.46
0.44
0.42
0.4
0.38
0.36

But de l'étude

- 2 sources de biais :
  - Hypothèse d'Univers plat pour contraindre la nature de l'énergie noire
  - Hypothèse de constante cosmologique pour contraindre la courbure
- Quantifier les biais induits par ces hypothèses
- Simulation d'analyses combinées (SN + CMB(R) + BAO(A))
- Test des hypothèses

Comparaison littérature



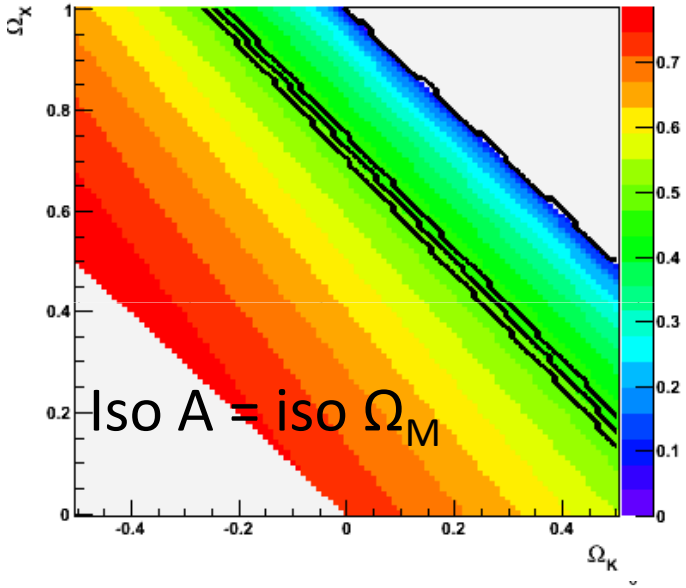


$$\Omega_M = 0.26 \pm 0.02$$
$$w_0 = -1.06 \pm 0.16$$
$$w_a = 0.36 \pm 0.66\,.$$

Li et al. (2008)

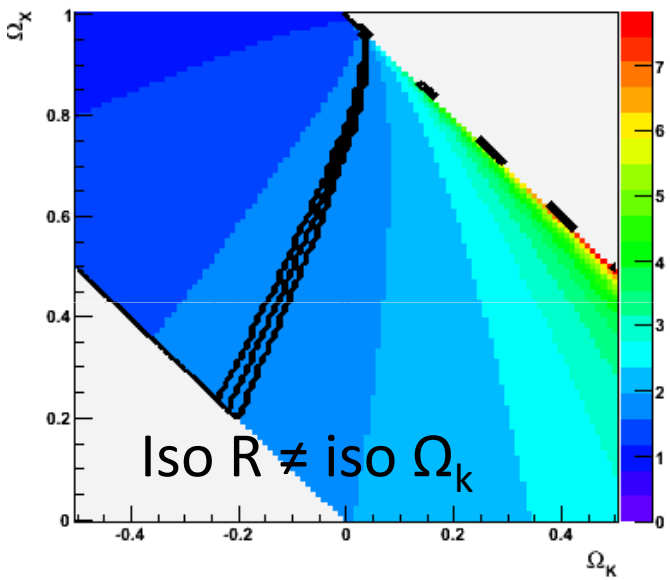
Interprétation

Oscillations acoustique de baryons (A)



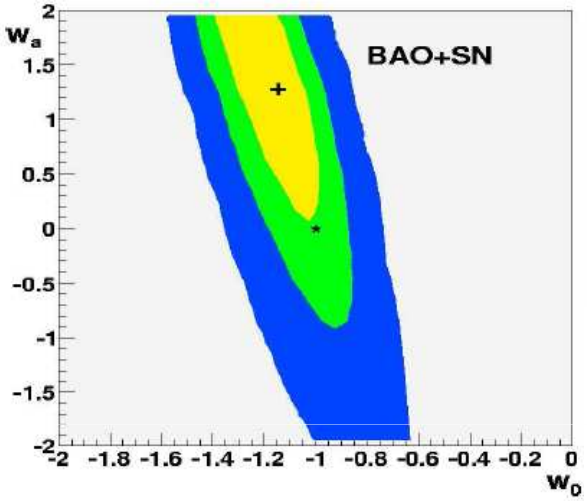
Le paramètre A apporte la même information que la contrainte extérieure sur Ω_M

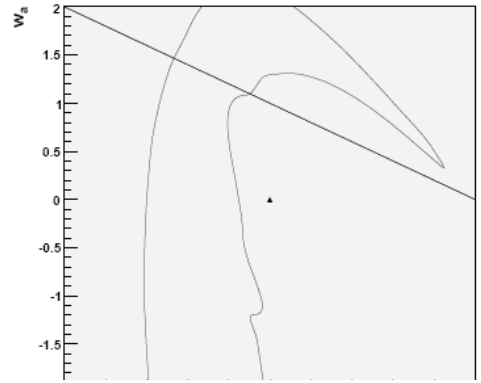
Fond diffus cosmologique (R)

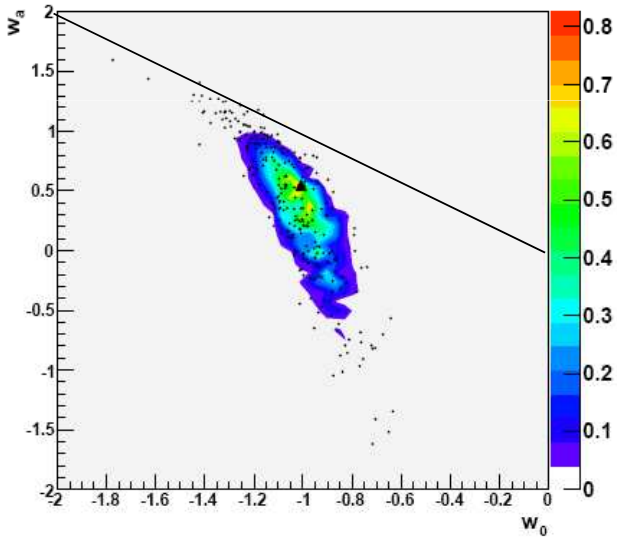


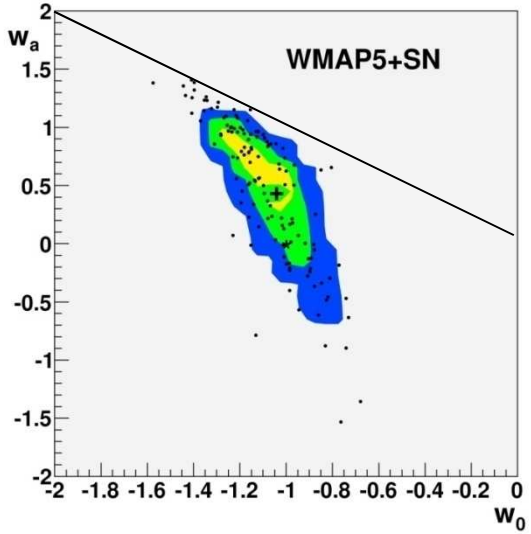
La dégénérescence géométrique empêche l'extraction de Ω_X et Ω_k dans le même ajustement.

Résultats des combinaisons









Paramètres	SN	SN + BAO	SN + CMB	SN + CMB + BAO
Ω_M	$0.45^{+0.06}_{-9.}$	0.283 ± 0.041	0.289 ± 0.051	0.273 ± 0.028
w_0	-1.02 ± 0.77	-1.28 ± 0.26	-1.12 ± 0.27	-1.03 ± 0.18
w_a	-5.9 ± 10.9	1.2 ± 1.8	0.4 ± 1.0	0.4 ± 0.8

Bilan de l'analyse avec les supernovae

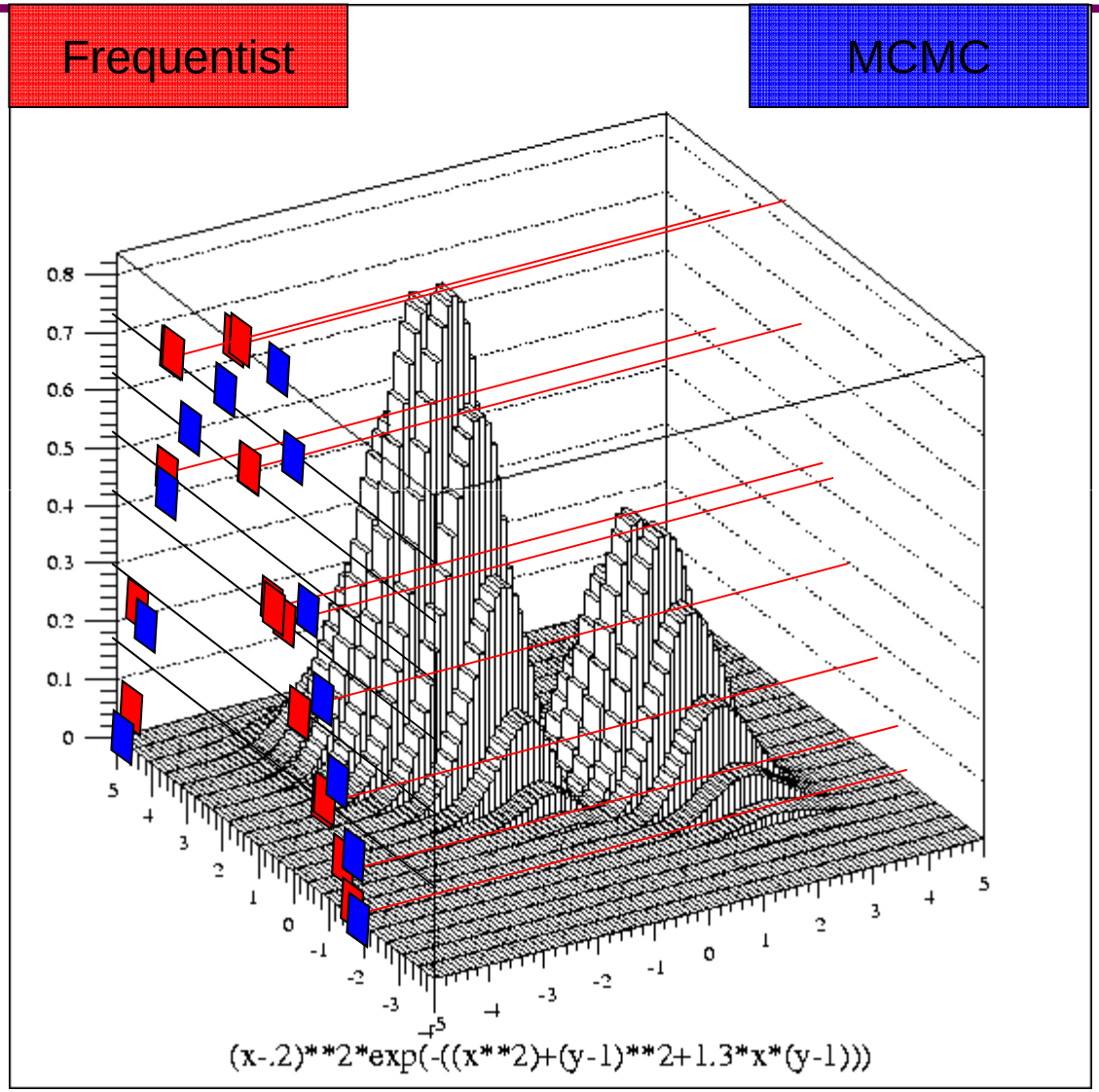
- Supposer une équation d'état constante ou contraindre Ω_M est nécessaire pour extraire l'énergie noire des SN

- Mais supposer $w_a = 0$ si le modèle vrai est dynamique ou supposer une valeur erronée de Ω_M peut entraîner des biais de reconstruction importants sur les autres paramètres

- Difficile à discerner dans les vraies données (χ^2).

- Pour éviter ces hypothèses et contraintes extérieures : Combinaison de données.

Marginalisation



Fréquentiste vs bayesienne

- Quelle est la probabilité des données de mon expérience par rapport à mon modèle théorique? C'est la fonction de vraisemblance. La probabilité globale de mon expérience est le produit des probabilités de chacune de mes mesures. Le modèle théorique de référence qui permet d'estimer les erreurs est celui qui maximise cette probabilité. En conséquence, la probabilité est interprétée comme les résultats d'expériences reproductibles, i.e c'est l'ensemble des expériences qui constituent mon espace des probabilités.

- Quel est la probabilité de mon modèle par rapport a « une » expérience réalisée ? C'est le posterior. La probabilité est cette fois interprétée comme la probabilité du meilleur modèle comparé à une expérience de référence. En conséquence, c'est l'ensemble des modèles théoriques qui constituent mon espace de probabilités.