

Titre : Deux approches de la complexité tensorielle : de la renormalisation fonctionnelle à Kac-Rice

Mots clés : Tenseurs aléatoires, Matrices aléatoires, Verres de spin, Intrication quantique, Renormalisation fonctionnelle

Résumé : Cette thèse étudie la "complexité tensorielle" sous deux angles. La première partie développe un cadre de groupe de renormalisation pour les verres de spin quantiques de type champ moyen, en se concentrant sur les dynamiques quantiques des modèles $(2 + p)$ et p -spin dans la limite de grand N . Le grossissement d'échelle est effectué le long d'une variable spectrale associée respectivement à l'opérateur quadratique désordonné et à la fréquence. L'émergence de singularités à échelle de temps finie dans les régimes de fort désordre est interprétée comme un précurseur de la physique vitreuse, liée à la métastabilité et à la brisure de symétrie, et motive l'introduction de troncatures améliorées. Dans le modèle $2 + p$, un espace des phases à basse tem-

pérature est construit à l'aide des méthodes $2PI$ /Luttinger-Ward.

La seconde partie porte sur la norme injective de tenseurs aléatoires antisymétriques, ou de manière équivalente sur l'intrication géométrique d'états purs fermioniques aléatoires. À l'aide d'une approche de type Kac-Rice sur les variétés de Grassmann, elle établit des asymptotiques et des bornes de haute probabilité dans les régimes $d \rightarrow \infty$ à nombre de fermions p fixé, ainsi que dans une limite à double échelle avec fraction de remplissage fixée et d et $p \rightarrow \infty$. Nous mettons également en évidence des dualités particule-trou liées à la symétrie de l'étoile de Hodge et étayons nos résultats par des analyses numériques.

Title : Two Approaches towards Tensorial Complexity : From Functional Renormalization to Kac-Rice

Keywords : Random tensors, random matrices, functional renormalization, spin glasses, quantum entanglement

Abstract :

This thesis investigates "tensorial complexity" through two lenses. The first part develops a renormalization-group framework for mean-field quantum spin glasses, focusing on the quantum $(2 + p)$ - and p -spin dynamics in the large- N limit. Coarse-graining is performed along a spectral variable associated with the disordered quadratic operator and the frequency respectively. The emergence of finite time-scale singularities in strong disorder regimes is interpreted as a precursor of glassy physics tied to metastability and symmetry breaking, and motivates improved truncations. In the $2 + p$ model

a low-temperature phase space is constructed using the $2PI$ /Luttinger-Ward methods.

The second part studies the injective norm of random skew-symmetric tensors or equivalently the geometric entanglement of random fermionic pure states. Using a Kac-Rice approach on Grassmann manifolds, it derives asymptotics and high-probability bounds in the regimes $d \rightarrow \infty$ at fixed fermion number p , and in a double-scaling limit with fixed filling fraction and d and $p \rightarrow \infty$. We also reveal particle-hole dualities linked to Hodge-star symmetry and support our results by numerics.