



Anneau de stockage pour la mesure de moments électriques dipolaires

1

Julien Michaud, Jean-Marie De Conto, Yolanda Gómez
Doctorant 2^{ème} année au LPSC – Grenoble

Plan de la présentation

- Collaboration JEDI (Jülich Electric Dipole moment Investigations)
- Principe de la mesure des EDM sur anneau de stockage
- Travail de thèse :
 - Calcul analytique du champ électrique
 - Trajectoire des particules dans le déflecteur + champs de fuite
 - Fonctions de transfert de spin dans les champs de fuite
- Perspectives pour le travail de thèse

Collaboration internationale JEDI

3

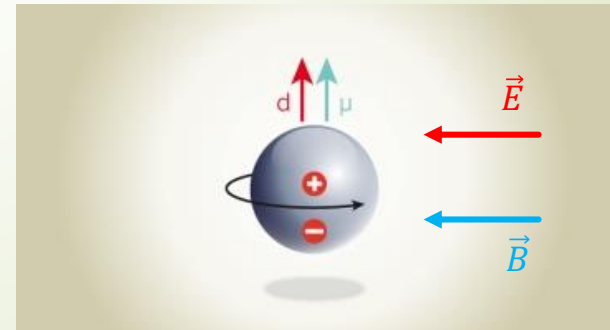
JEDI : (Jülich Electric Dipole moment Investigations)

<http://collaborations.fz-juelich.de/ikp/jedi/>

- Mesure de moment électrique dipolaire (EDM) du proton/deuton/hélium.
 - Limite visée de 10^{-29} e.cm
 - Limite actuelle 10^{-26} e.cm
- EDM : Moment électrique intrinsèque à une particule, aligné avec le spin.
 - Est une source potentielle de violation de CP -> Asymétrie matière/antimatière
 - Permet de contraindre certaines théories (SUSY, différentes extensions MS...)

$$\frac{d\vec{S}^*}{dt^*} = \vec{d} \times \vec{E}^* + \vec{\mu} \times \vec{B}^*$$

* : référentiel de la particule



Collaboration internationale JEDI

4

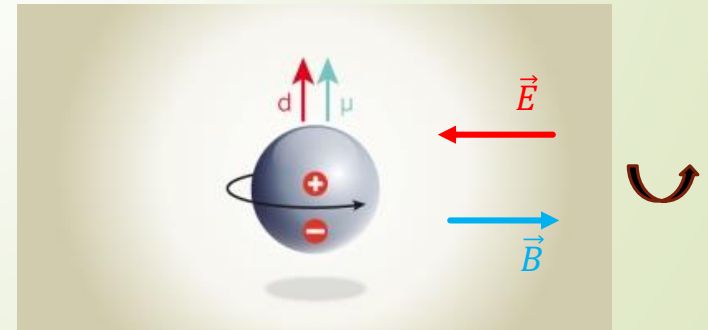
JEDI : (Jülich Electric Dipole moment Investigations)

<http://collaborations.fz-juelich.de/ikp/jedi/>

- Mesure de moment électrique dipolaire (EDM) du proton/deuton/hélium.
 - Limite visée de 10^{-29} e.cm
 - Limite actuelle 10^{-26} e.cm
- EDM : Moment électrique intrinsèque à une particule, aligné avec le spin.
 - Est une source potentielle de violation de CP -> Asymétrie matière/antimatière
 - Permet de contraindre certaines théories (SUSY, différentes extensions MS...)

$$\frac{d\vec{S}^*}{dt^*} = \vec{d} \times \vec{E}^* + \vec{\mu} \times \vec{B}^*$$

* : référentiel de la particule



Dans le référentiel du laboratoire :

5

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{S}$$

Thomas-BMT

$$\vec{\Omega} = -\frac{e}{m} \left\{ G\vec{B} + \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right) (\vec{\beta} \times \vec{E}) + \frac{\eta}{2} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \right\}$$

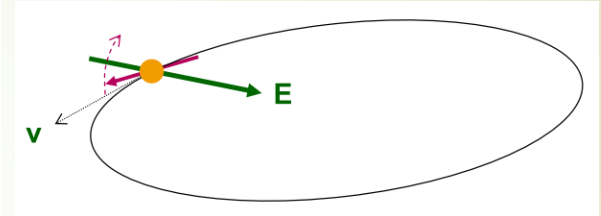
$$G = \frac{g-2}{2},$$

$$d = \eta\hbar / 4mc$$

Magnetic Moment

EDM

Anneau purement électrostatique



Dans le référentiel du laboratoire :

6

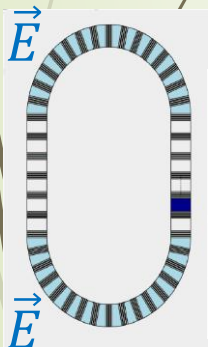
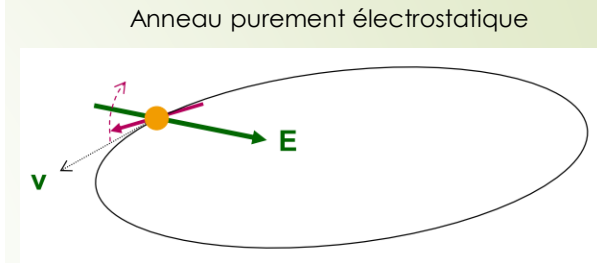
$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{S} \quad \text{Thomas-BMT}$$

$$\vec{\Omega} = -\frac{e}{m} \left\{ G\vec{B} + \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right) (\vec{\beta} \times \vec{E}) + \frac{\eta}{2} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \right\}$$

$$G = \frac{g-2}{2},$$

$$d = \eta e \hbar / 4mc$$

Magnetic Moment
EDM



Energie	~270 MeV
Rayon	40 m
Champ	12MV/m



Dans le référentiel du laboratoire :

7

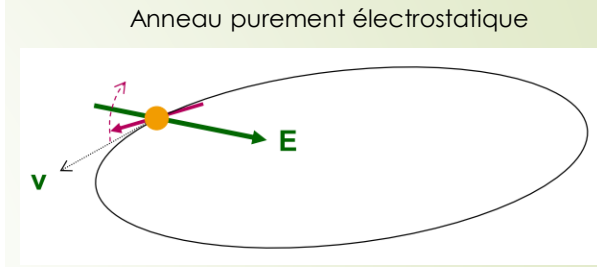
$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{S} \quad \text{Thomas-BMT}$$

$$\vec{\Omega} = -\frac{e}{m} \left\{ G\vec{B} + \left(\frac{1}{\gamma^2 - 1} - G \right) (\vec{\beta} \times \vec{E}) + \frac{\eta}{2} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \right\}$$

$$G = \frac{g-2}{2},$$

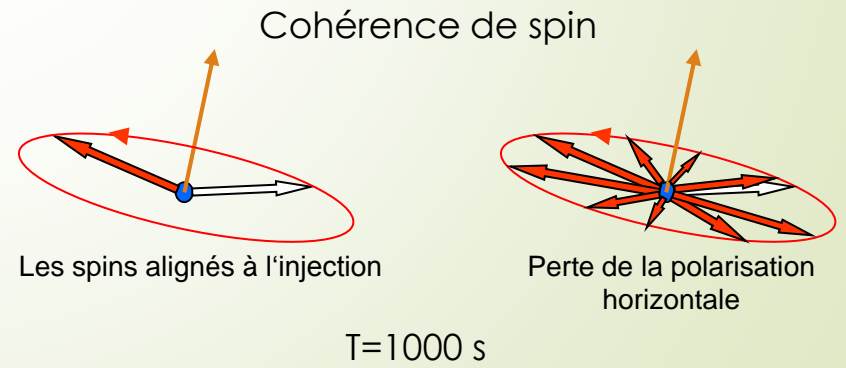
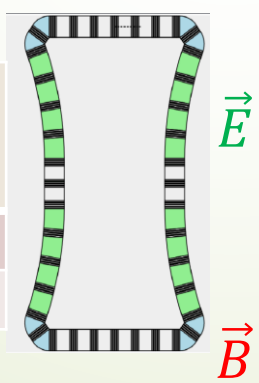
$$d = \eta e \hbar / 4mc$$

Magnetic Moment
EDM

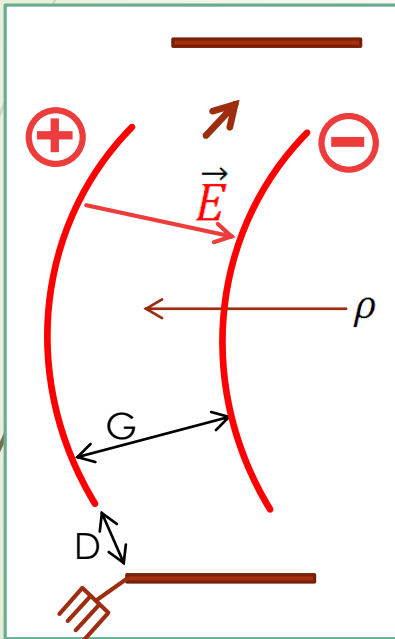


Energie	~270 MeV
Rayon	40 m
Champ	12MV/m

Voir poster



Etude de l'effet des déflecteurs électrostatiques sur la dynamique de spin



$$\rho = 40m$$

$$G = 40mm$$

$$E = 12MV/m$$

Deux parties distinctes :

- Déflecteur électrostatique: champ non uniforme
- Les champs de fuite : non linéarités significatives

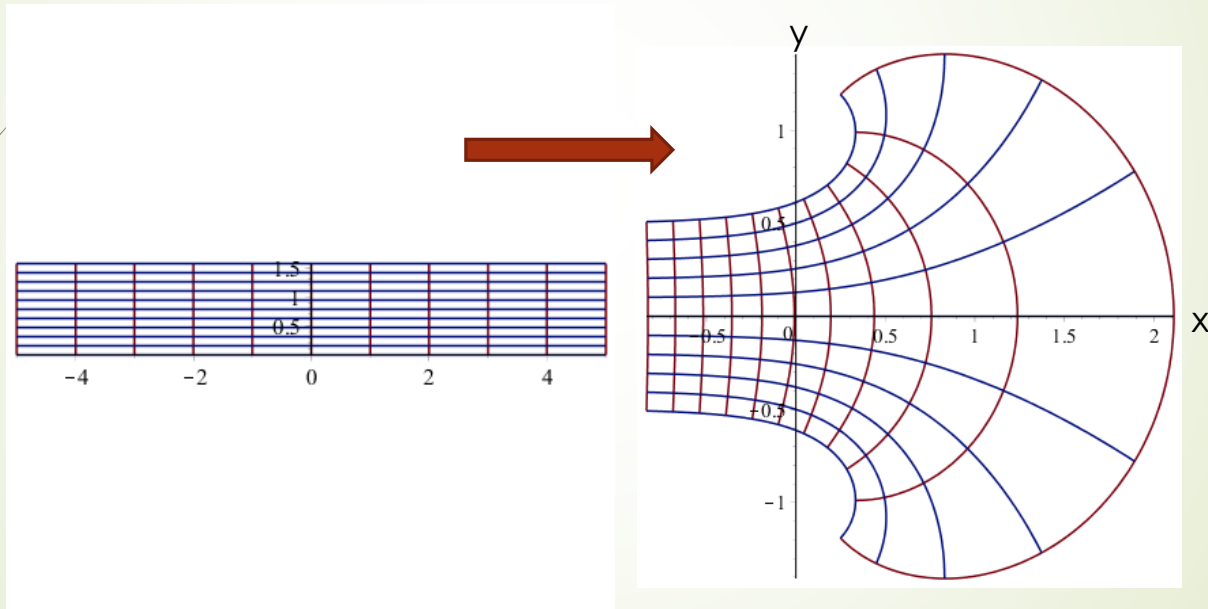
Programme :

- Modèles analytique (champ, trajectoire, spin)
- Implémentation dans un code de calcul (BMAD)
- Optimisations de scénarios de référence

Question : Les champs de fuite ont-ils un effet significatif sur la cohérence de spin ?
Si oui, peut-on les corriger?

Champ électrique d'un déflecteur électrostatique : transformation conforme

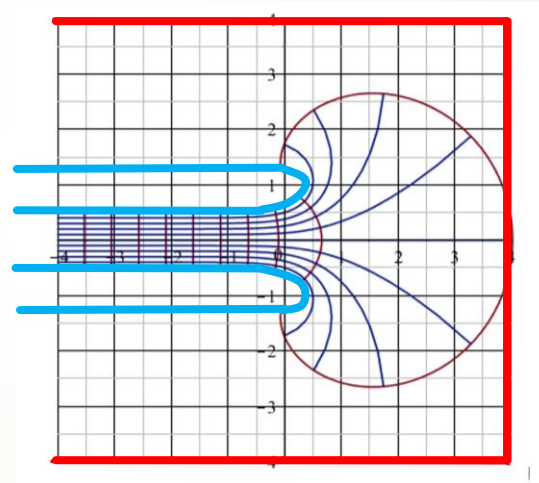
$$z \rightarrow Z_1 = 1 + z + e^z \rightarrow Z_2 = \frac{1}{\pi} (1.376 + Z_1 + e^{Z_1})$$



Condensateur plan infini

Electrodes courbes

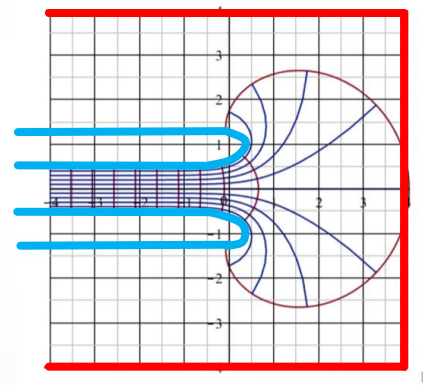
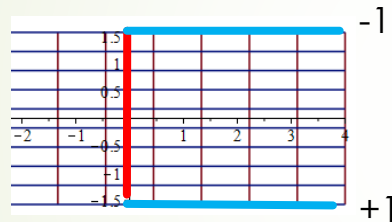
Transformation conforme : conditions aux limites



Transformation conforme : conditions aux limites

11

$$z \rightarrow G \rightarrow Z_1 \rightarrow Z_2$$



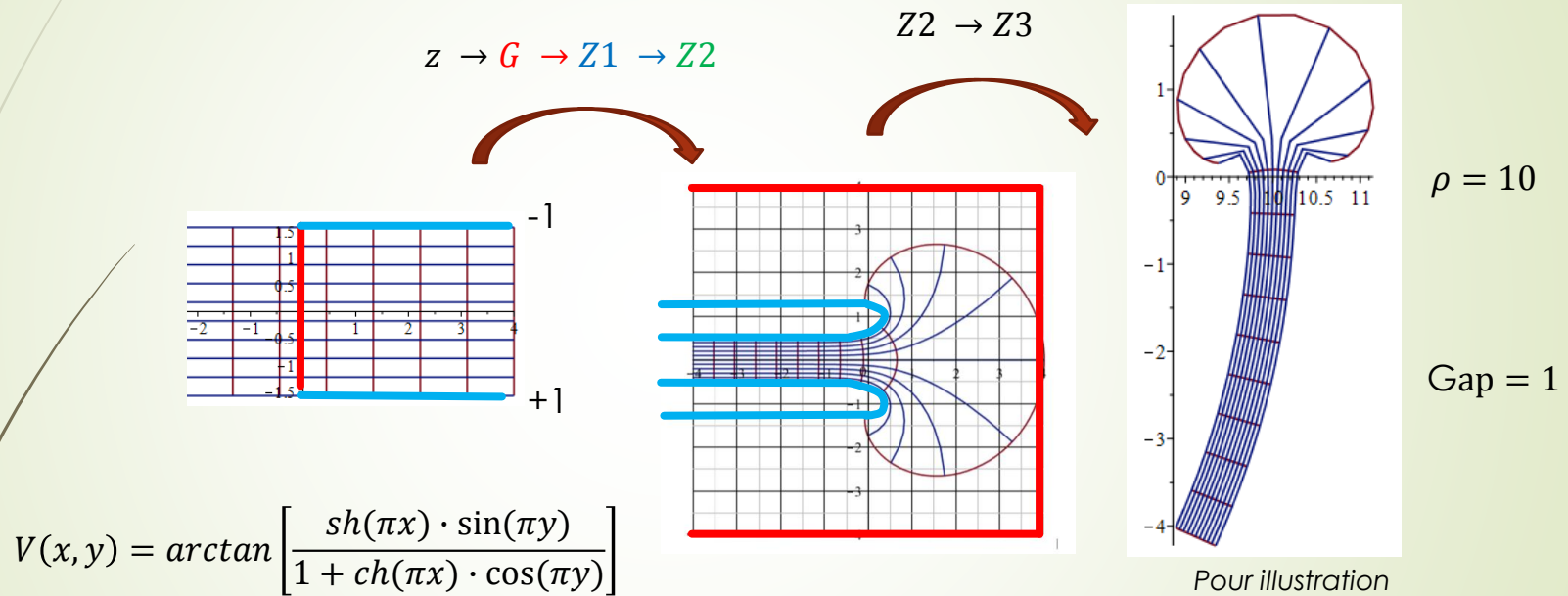
$$V(x, y) = \arctan \left[\frac{\operatorname{sh}(\pi x) \cdot \sin(\pi y)}{1 + \operatorname{ch}(\pi x) \cdot \cos(\pi y)} \right]$$

$$G(z)^* = 0.2 + \frac{\pi}{2} - \frac{5}{2} \cdot e^{\frac{2}{5}z} \cdot H_{1 \ 1 \ 6}(e^{2z}) \mapsto Z_1 = [1 + G(z) + e^{G(z)}]$$

$$\mapsto Z_2 = \frac{1}{\pi} \cdot [1.376 + Z_1 + e^{Z_1}]$$

* : Fonction hypergéométrique

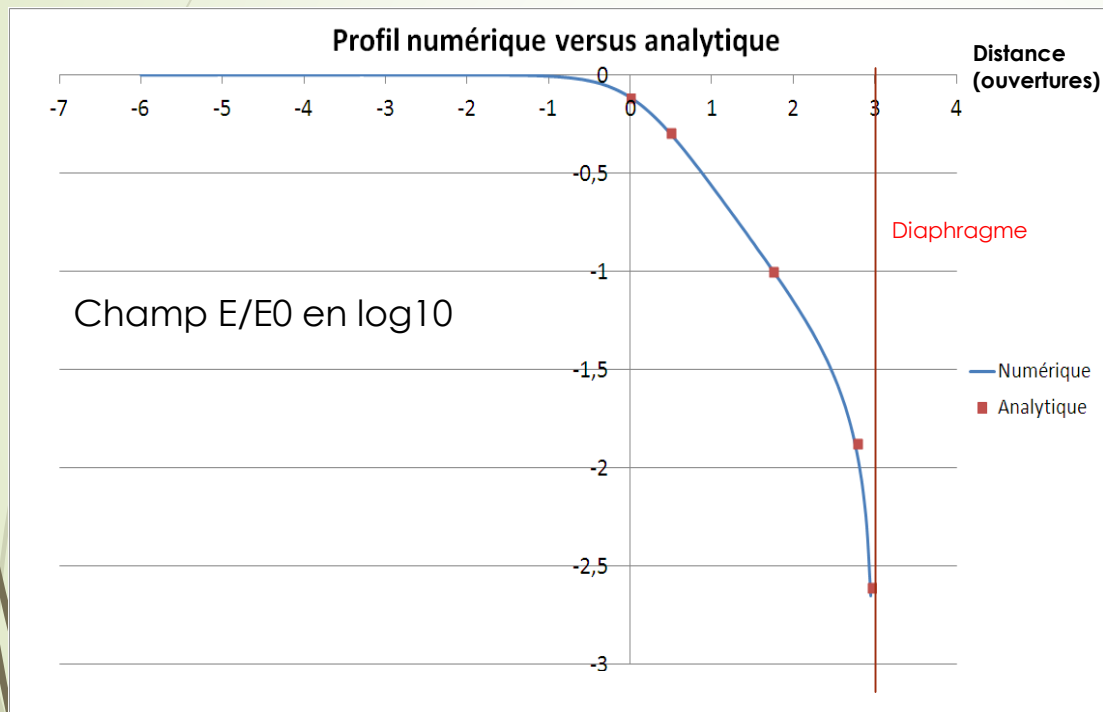
Transformation conforme : conditions aux limites



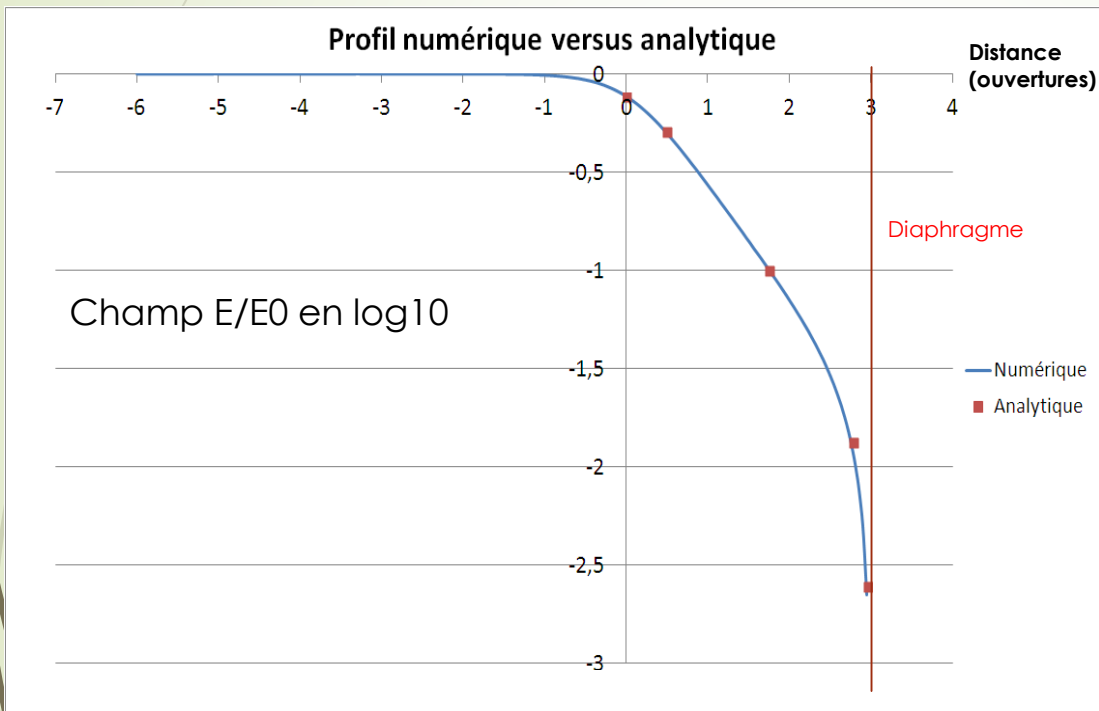
$$G(z) = 0.2 + \frac{\pi}{2} - \frac{5}{2} \cdot e^{\frac{2}{5}z} \cdot H_{\frac{1}{5}, \frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}, \frac{1}{5}}(e^{2z}) \mapsto Z_1 = [1 + G(z) + e^{G(z)}]$$

$$\mapsto Z_2 = \frac{1}{\pi} \cdot [1.376 + Z_1 + e^{Z_1}] \mapsto Z_3 = \rho_0 \cdot e^{iG \cdot Z_3 / \rho_0}$$

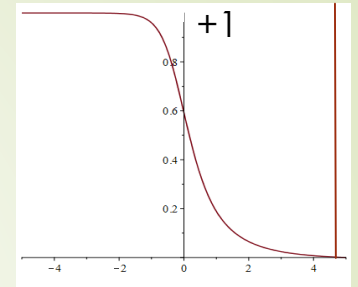
Champ électrique (2)



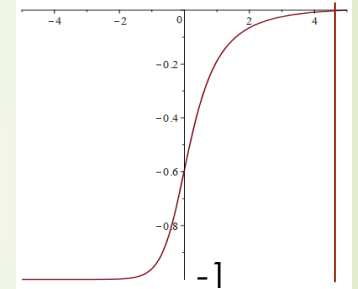
Champ électrique (2)



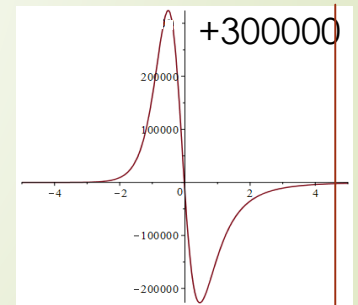
Dipole (cste)



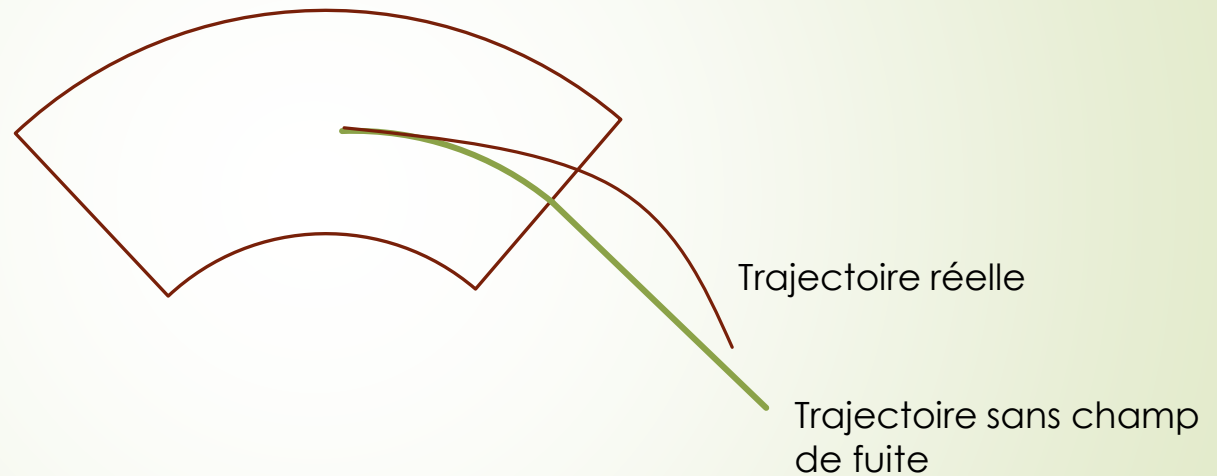
Quadrupole $\left(\frac{x}{\rho}\right)$



Sextupole $\left(\frac{x^2}{\rho^2}\right)$

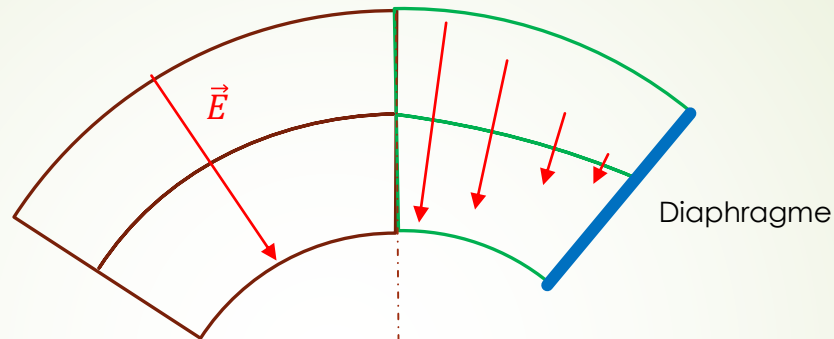


Trajectoire de la particule de référence dans le déflecteur



Trajectoire centrale \neq d'un cercle puis d'une droite

Trajectoire d'une particule dans le déflecteur



Partie centrale :

- Méthode hamiltonienne
- Ordre 2 de perturbation

Champ de fuite:

- Méthodes de quadrature
- Polynômes orthogonaux spécifiques

Ordres de grandeur pour l'exemple de vérification :

$$\Delta\rho \sim 0,3 \text{ mm}$$

$$\Delta\theta \sim 4 \text{ mrad}$$

Par rapport au cercle de référence

$$\mathcal{H} = -\left(1 + \frac{x}{\rho_0}\right) \cdot \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma_0^2 \cdot \beta_0^2} - (\bar{p}_x^2 + \bar{p}_y^2)} = \mathcal{H}_{lin} + \tilde{\mathcal{H}}$$

Résultats validés numériquement sur un exemple

Dynamique de spin

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{S}$$

$$\vec{\Omega} = -\frac{q}{mc^2} \left(G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \vec{v} \times \vec{E}$$

$$\frac{d\vec{S}}{ds} = \vec{\Omega}_s \times \vec{S}$$

$$\vec{\Omega}_s = \left(1 + \frac{P_x^2 + P_y^2 \beta_0 \gamma_0}{2 \beta \gamma} \right) \left(G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\gamma_0^2 - 1}{\gamma \rho} \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{P}_s \\ \tilde{P}_y \end{pmatrix}$$

Dynamique de spin

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{S}$$

$$\vec{\Omega} = -\frac{q}{mc^2} \left(G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \vec{v} \times \vec{E}$$

$$\frac{d\vec{S}}{ds} = \vec{\Omega}_s \times \vec{S}$$

$$\vec{\Omega}_s = \left(1 + \frac{P_x^2 + P_y^2 \beta_0 \gamma_0}{2 \beta \gamma} \right) \left(G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\gamma_0^2 - 1}{\gamma \rho} \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{P}_s \\ \tilde{P}_y \end{pmatrix}$$

Forme de spineur plus adaptée :

$$\begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}' = \frac{F(s)}{2} \begin{bmatrix} -i\bar{P}_y & \tilde{P}_s \\ -\tilde{P}_s & i\bar{P}_y \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = U \cdot \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}$$

Solution :

$$T = 1 + \int_0^L U ds + \int_0^L \left[U \int_0^k U ds \right] dk$$

Dynamique de spin

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{S}$$

$$\vec{\Omega} = -\frac{q}{mc^2} \left(G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \vec{v} \times \vec{E}$$

$$\frac{d\vec{S}}{ds} = \vec{\Omega}_s \times \vec{S}$$

$$\vec{\Omega}_s = \left(1 + \frac{P_x^2 + P_y^2 \beta_0 \gamma_0}{2 \beta \gamma} \right) \left(G - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\gamma_0^2 - 1}{\gamma \rho} \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{P}_s \\ \tilde{P}_y \end{pmatrix}$$

Forme de spineur plus adaptée :

$$\begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}' = \frac{F(s)}{2} \begin{bmatrix} -i\bar{P}_y & \tilde{P}_s \\ -\tilde{P}_s & i\bar{P}_y \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = U \cdot \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix}$$

Solution :

$$\begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - i \cdot u_{zm} \cdot \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) & -(i \cdot u_{xm} + u_{ym}) \cdot \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \\ (-i \cdot u_{xm} + u_{ym}) \cdot \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) & \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + i \cdot u_{zm} \cdot \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Travail restant

- Implémenter tous ces outils dans le code BMAD.
- Quantifier l'effet systématique des champs de fuite sur la dynamique de spin.
- Etudier le temps de cohérence de spin sur plusieurs scénarios de référence.

Travail restant

- Implémenter tous ces outils dans le code BMAD.
- Quantifier l'effet systématique des champs de fuite sur la dynamique de spin.
- Etudier le temps de cohérence de spin sur plusieurs scénarios de référence.

Merci !

Backup

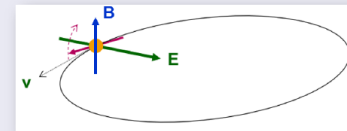


For any sign of G , in *combined* electric and magnetic machine:

- Generalized solution for magic momentum

$$E_r = \frac{GB_y c \beta \gamma^2}{1 - G \beta^2 \gamma^2}, \quad (11)$$

where E_r is radial, and B_y vertical field.



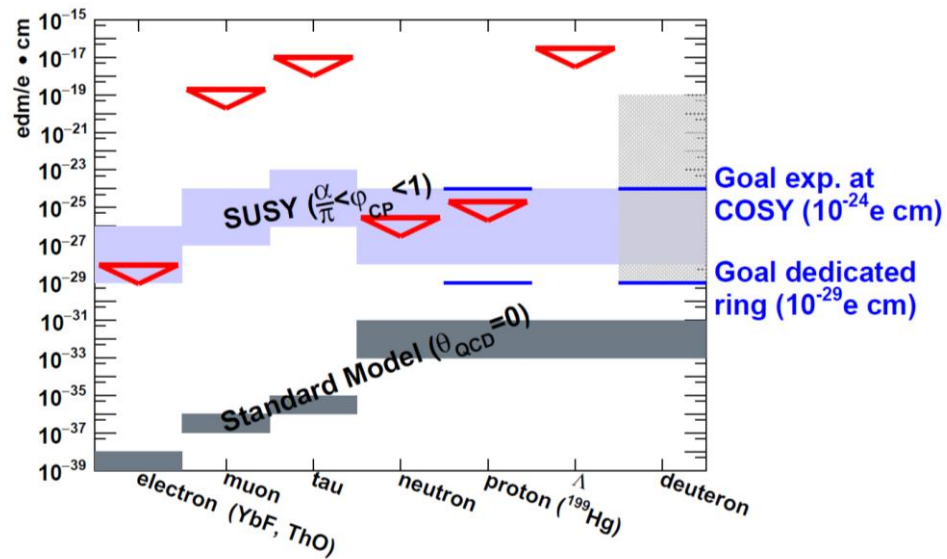
- Some configurations for circular machine with fixed radius $r = 25$ m:

particle	G	p [MeV c^{-1}]	T [MeV]	E [MV m^{-1}]	B [T]
proton	1.793	701	232.8	16.789	0.000
deuteron	-0.143	1000	249.9	-3.983	0.160
helion	-4.184	1285	280.0	17.158	-0.051

Offers possibility to determine

EDMs of protons, deuterons, and helions in one and the same machine.

EDM: Current Upper Limits



FZ Jülich: EDMs of **charged** hadrons: p , d , ^3He

