

modélisations magnétostatiques pour ILC et ATF2

Guy Le Meur, François Touze

RAPA

9 avril 2009

le logiciel priam

le logiciel priam

- développé au LAL

le logiciel priam

- développé au LAL
- éléments finis

le logiciel priam

- développé au LAL
- éléments finis
- équations de Maxwell : électrostatique, magnétostatique, modes hyperfréquences (stationnaires), régimes transitoires...

le logiciel priam

- développé au LAL
- éléments finis
- équations de Maxwell : électrostatique, magnétostatique, modes hyperfréquences (stationnaires), régimes transitoires...
- transport de particules

le logiciel priam

- développé au LAL
- éléments finis
- équations de Maxwell : électrostatique, magnétostatique, modes hyperfréquences (stationnaires), régimes transitoires...
- transport de particules
- conduction thermique (prométhée)

le logiciel priam

- développé au LAL
- éléments finis
- équations de Maxwell : électrostatique, magnétostatique, modes hyperfréquences (stationnaires), régimes transitoires...
- transport de particules
- conduction thermique (prométhée)
- en 3D : antigone

magnétostatique (2D)

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = j_z \\ \text{div} \vec{B} = 0 \\ \vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \end{cases}$$

deux formulations, deux types d'approximation :

- traditionnelle
- $H(\text{rot})$

Ces deux approches permettent des comparaisons et confirmations.

formulation traditionnelle (potentiel)

(anologue à POISSON)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\mu} \operatorname{rot}(\vec{\operatorname{rot}} A) = j_z \Rightarrow -\frac{1}{\mu} \Delta A = j_z \\ \vec{B} = \vec{\operatorname{rot}} A \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

- on calcule un potentiel aux sommets d'un maillage triangulaire.
- Dans chaque triangle le potentiel est représenté par une fonction linéaire des deux variables d'espace.
- On le dérive pour avoir le champ qui est constant par triangle.
- nécessite d'un lissage

formulation $H(\text{rot})$

$$\begin{cases} \iint \mu \vec{H} \cdot \vec{p} \, dx dy = \iint \vec{\text{rot}} A \cdot \vec{p} \, dx dy \\ \iint \vec{\text{rot}} \vec{H} \cdot q \, dx dy = \iint j_z q \, dx dy \end{cases}$$

\vec{p}, q sont des "fonctions test"

On prend, comme fonctions tests, une base d'éléments finis dans un espace fonctionnel convenablement choisi (i.e. $H(\text{rot})$) de sorte que

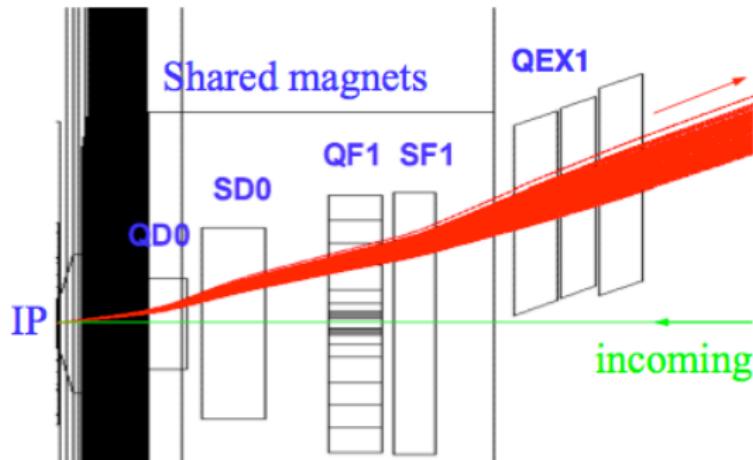
- dans chaque triangle, le champ H est représenté par une fonction linéaire des circulations de H le long des côtés du triangle :

$$\vec{H} = C_1 \vec{p}_1 + C_2 \vec{p}_2 + C_3 \vec{p}_3.$$

- lissage

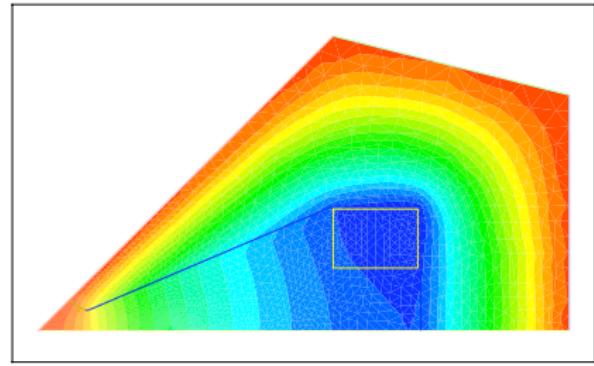
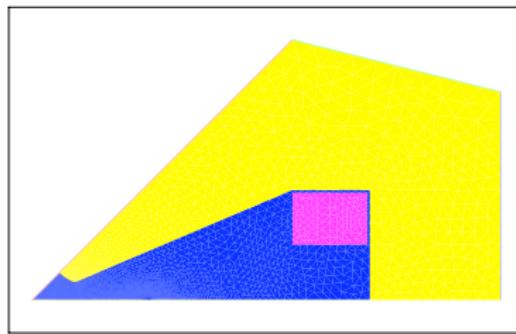
aimants pour ILC : schéma de collision à 2 milliradians

- angle de croisement de base : 14 mrad (crabe crossing) : complexe
- étude d'une solution à 2 mrad
- nouvelle conception des aimants



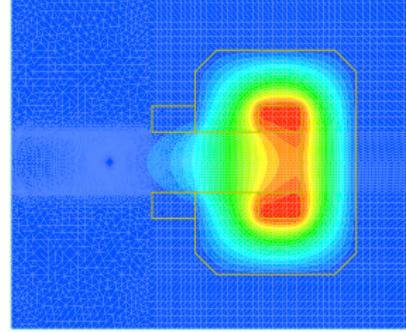
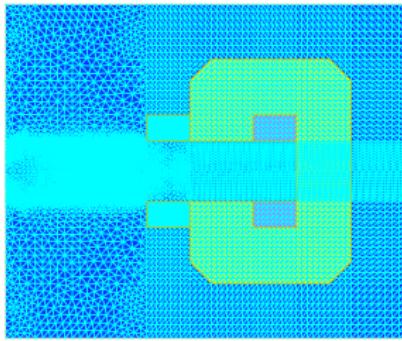
ILC : QF1, quadrupôle

- rayon du cercle de gorge : 15 mm
- gradient : 65 T/m

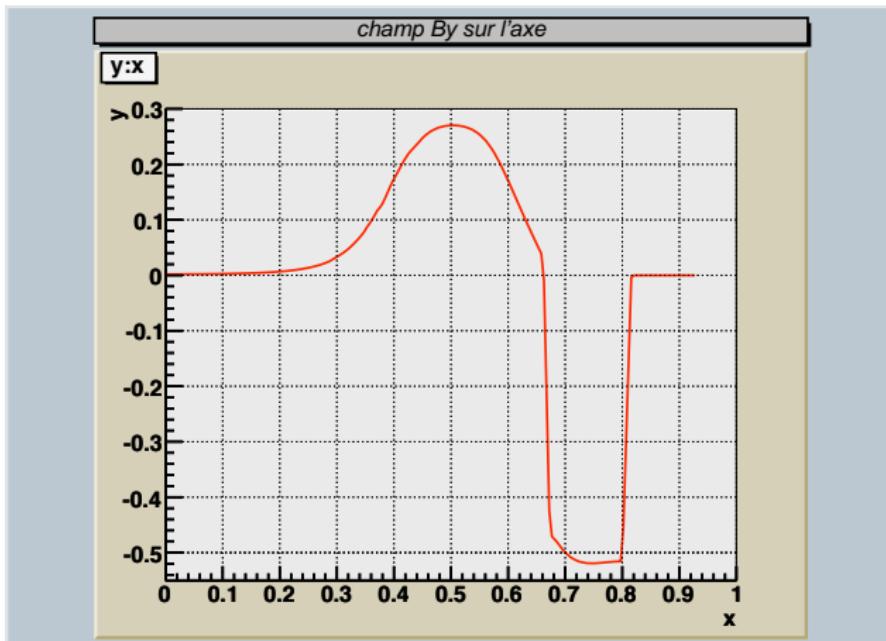


aimants pour ILC : BHEX1, dipôle

- aimant “en C”
- entrefer : 140 mm
- longueur : 6 m
- champ : 0,28 T

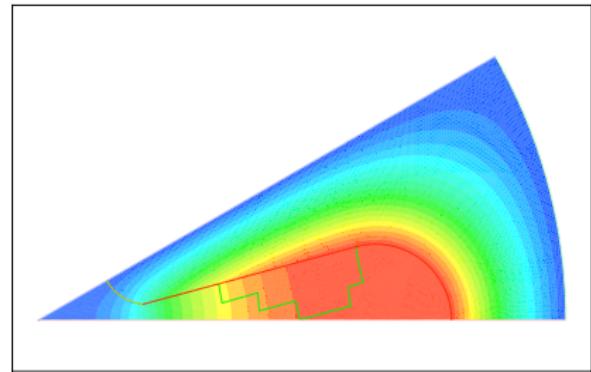
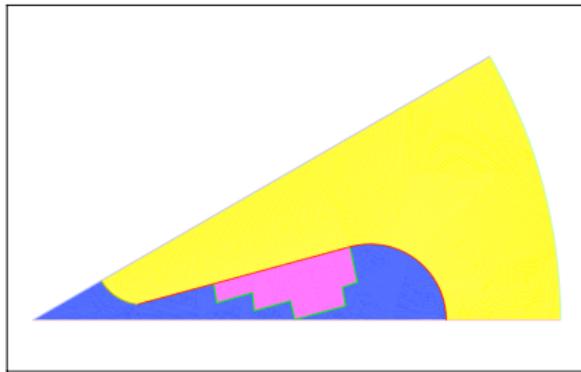


aimants pour ILC : BHEX1, dipôle

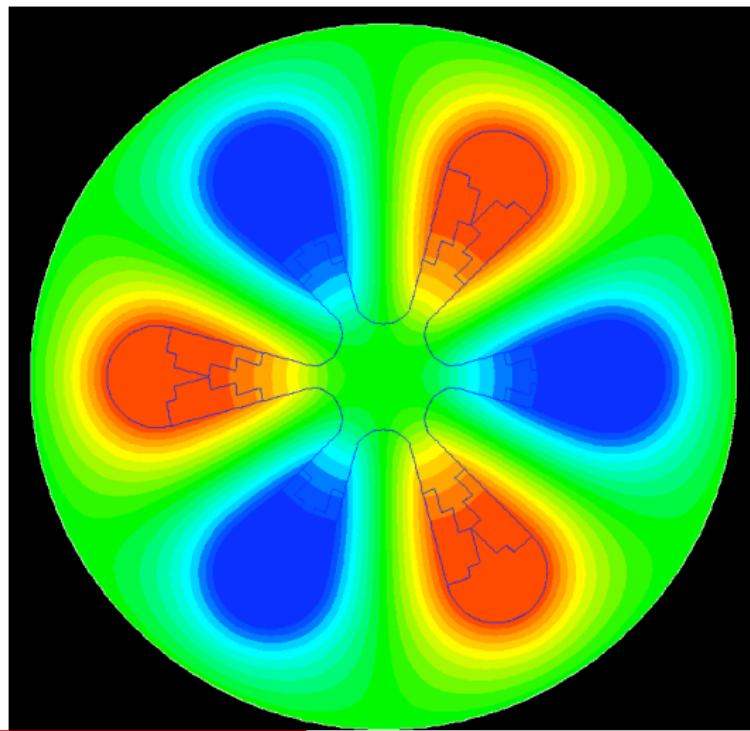


aimants pour ILC : SF1, hexapôle

- rayon cercle de gorge : 30 mm
- longueur : 1,5 m
- force : -639 T/m^2



aimants pour ILC : SF1, hexapôle



post-traitement : ajustement polynomial

post-traitement : ajustement polynomial

- On dispose des valeurs du champ B sur un ensemble discret de points.

post-traitement : ajustement polynomial

- On dispose des valeurs du champ B sur un ensemble discret de points.
- On a souvent besoin d'une **représentation analytique** (continue).

post-traitement : ajustement polynomial

- On dispose des valeurs du champ B sur un ensemble discret de points.
- On a souvent besoin d'une **représentation analytique** (continue).
- On utilise le développement multipolaire du champ électromagnétique tel qu'il se déduit de la structure des équations de Maxwell

post-traitement : ajustement polynomial

- On dispose des valeurs du champ B sur un ensemble discret de points.
- On a souvent besoin d'une **représentation analytique** (continue).
- On utilise le développement multipolaire du champ électromagnétique tel qu'il se déduit de la structure des équations de Maxwell
- L'ajustement polynomial est un lissage.

potentiels et champ électromagnétique comme fonctions analytiques (1)

Si on pose $\Phi = A_z$ (fonction flux), $\vec{B} = \vec{rot} A$ s'écrit :

$$B_x = \frac{\partial \Phi}{\partial y} ; B_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

on considère un potentiel complexe, sous la forme d'une fonction analytique :

$$\zeta(z) = \Phi(x, y) + iV^*(x, y)$$

$(z = x + i.y)$ conditions d'analyticité :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial V^*}{\partial y} ; \frac{\partial V^*}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

ce qui entraîne :

$$-\frac{d\zeta}{dz} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + i \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{\partial V^*}{\partial y} - i \cdot \frac{\partial V^*}{\partial x} = B_y + iB_x = B(z)$$

potentiels et champ électromagnétique comme fonctions analytiques (2)

Si ζ est analytique, B l'est aussi. Conditions d'analyticité :

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{\partial B_x}{\partial y} ; \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} = - \frac{\partial B_y}{\partial y}$$

c'est-à-dire :

$$\text{rot}(\vec{B}) = 0 ; \quad \text{div}(\vec{B}) = 0$$

(Maxwell, hors courant)

développement multipolaire

développement multipolaire

dipôle

Soit le potentiel $\zeta(z) = -B_0 z$. en dérivant :

$$B(z) = B_y = B_0$$

Lignes de champ $\Phi(x, y) = -B_0 \cdot x = \text{cste}$, Lignes de potentiel sont
 $V^*(x, y) = -B_0 \cdot y = \text{cste}$

développement multipolaire

dipôle

Soit le potentiel $\zeta(z) = -B_0 z$. en dérivant :

$$B(z) = B_y = B_0$$

Lignes de champ $\Phi(x, y) = -B_0 \cdot x = \text{cste}$, Lignes de potentiel sont
 $V^*(x, y) = -B_0 \cdot y = \text{cste}$

quadrupôle

$\zeta(z) = -\frac{1}{2}G \cdot z^2 = -\frac{1}{2}G(x^2 - y^2 + 2ixy)$: $B(z) = G \cdot x + iG \cdot y$ c.à.d
 $B_x = G \cdot y$ et $B_y = G \cdot x$.

Lignes de champ : $\Phi(x, y) = -\frac{1}{2}G(x^2 - y^2) = \text{cst}$, i.e. hyperboles,
comme les lignes de potentiel : $V^*(x, y) = -\frac{1}{2}Gxy = \text{cst}$.

développement multipolaire

dipôle

Soit le potentiel $\zeta(z) = -B_0 z$. en dérivant :

$$B(z) = B_y = B_0$$

Lignes de champ $\Phi(x, y) = -B_0 \cdot x = \text{cste}$, Lignes de potentiel sont
 $V^*(x, y) = -B_0 \cdot y = \text{cste}$

quadrupôle

$\zeta(z) = -\frac{1}{2}G \cdot z^2 = -\frac{1}{2}G(x^2 - y^2 + 2ixy)$: $B(z) = G \cdot x + iG \cdot y$ c.à.d
 $B_x = G \cdot y$ et $B_y = G \cdot x$.

Lignes de champ : $\Phi(x, y) = -\frac{1}{2}G(x^2 - y^2) = \text{cst}$, i.e. hyperboles,
comme les lignes de potentiel : $V^*(x, y) = -\frac{1}{2}Gxy = \text{cst}$.

hexapôle

il faut prendre le potentiel $\zeta(z) = -c \cdot z^3$

développement autour d'un point

$$B(z) = B_y + iB_x \sim \sum_{n=0}^N a_n z^n$$

symétrie dipolaire (par rapport à l'axe $y = 0$), i.e.

$B_x(x, -y) = -B_x(x, y)$ and $B_y(x, -y) = B_y(x, y)$, a_n : coefficients réels.

En effet : $B(\bar{z}) = \overline{B}(z)$ avec \bar{z} conjugué de z

ou :

$$\sum_{n=0}^N a_n \bar{z}^n = \sum_{n=0}^N \overline{a_n} \cdot \bar{z}^n$$

pour tout z , soit : $\overline{a_n} = a_n$.

mise en oeuvre

- minimisation d'un χ^2 (moindres carrés) par MINUIT (CERN)
- implémentation de l'ajustement polynomial dans PRIAM (moindre carrés)

mise en oeuvre

- minimisation d'un χ^2 (moindres carrés) par MINUIT (CERN)
- implémentation de l'ajustement polynomial dans PRIAM (moindre carrés)

Remarques

mise en oeuvre

- minimisation d'un χ^2 (moindres carrés) par MINUIT (CERN)
- implémentation de l'ajustement polynomial dans PRIAM (moindre carrés)

Remarques

l'ajustement est justifié :

- pour des résultats de **mesure**

mise en oeuvre

- minimisation d'un χ^2 (moindres carrés) par MINUIT (CERN)
- implémentation de l'ajustement polynomial dans PRIAM (moindre carrés)

Remarques

l'ajustement est justifié :

- pour des résultats de **mesure**
- pour une loi (ici polynomiale) représentant effectivement la grandeur physique

mise en oeuvre

- minimisation d'un χ^2 (moindres carrés) par MINUIT (CERN)
- implémentation de l'ajustement polynomial dans PRIAM (moindre carrés)

Remarques

l'ajustement est justifié :

- pour des résultats de **mesure**
- pour une loi (ici polynomiale) représentant effectivement la grandeur physique
- avec incertitudes **aléatoires, gaussiennes**

mise en oeuvre

- minimisation d'un χ^2 (moindres carrés) par MINUIT (CERN)
- implémentation de l'ajustement polynomial dans PRIAM (moindre carrés)

Remarques

l'ajustement est justifié :

- pour des résultats de **mesure**
- pour une loi (ici polynomiale) représentant effectivement la grandeur physique
- avec incertitudes **aléatoires, gaussiennes**

Les valeurs obtenues par simulation numérique ne sont **pas aléatoires** et donc **pas gaussiennes**. Dans ce cas l'ajustement ne procure pas un développement (local) du champ en multipôles, mais une **représentation mathématique locale**

aimants pour ATF2 : extraction de faisceau

- énergie : 1,3 GeV
- le faisceau extrait passe hors axe des éléments magnétiques
- à la fin de l'extraction : émittance verticale plus grande que prévu (avec dépendance de l'intensité)

DR : damping ring

INJ : injection

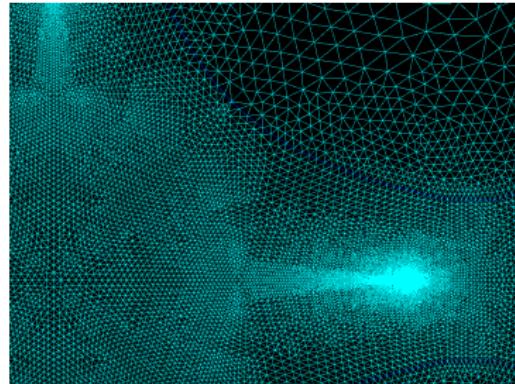
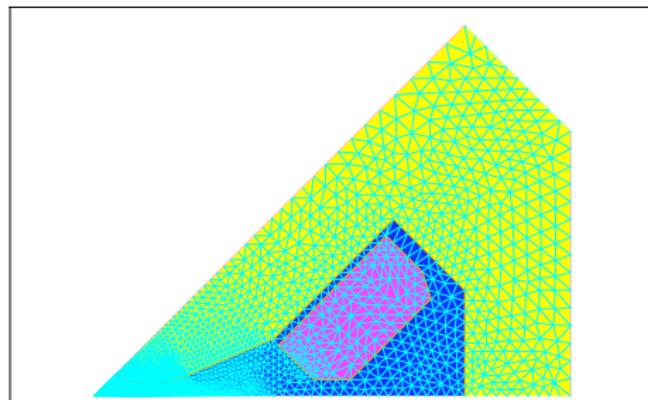
EXT : extraction



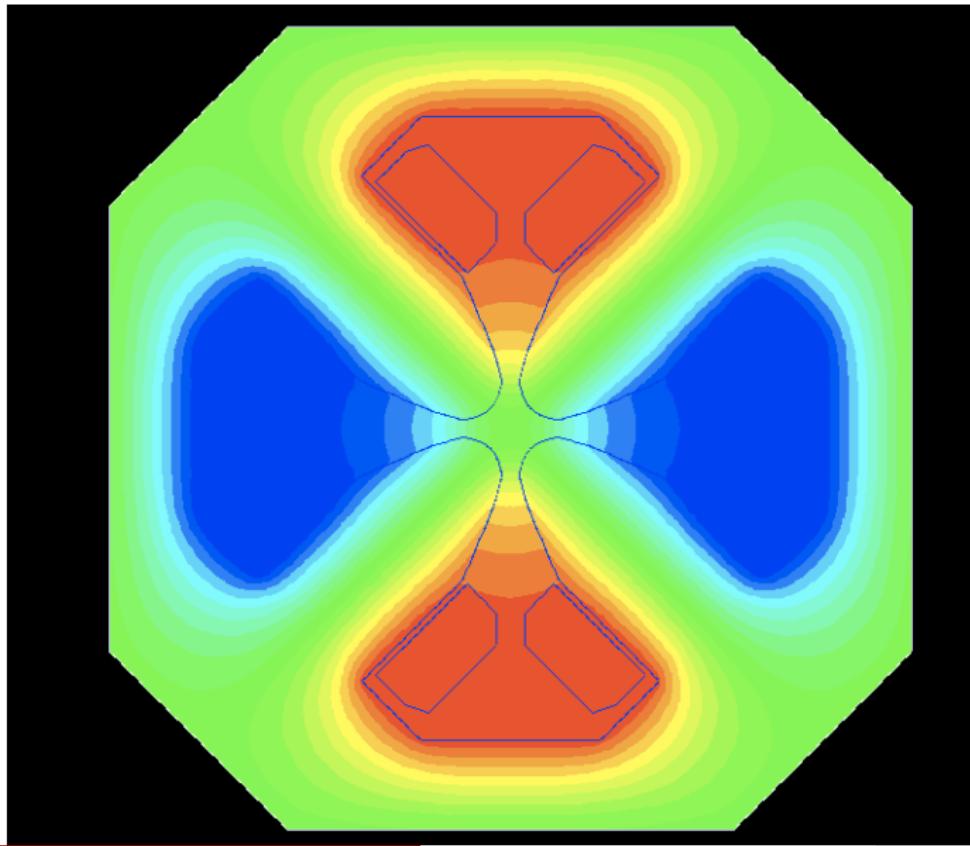
aimants pour ATF2 : quadrupôle (QM7R, QM6R)

QM7R :

- rayon du cercle de gorge : 1,5995 cm
- longueur : 7,8907 cm
- gradient : 21,8767 T/m
- passage du faisceau : $x = 2,25$ cm

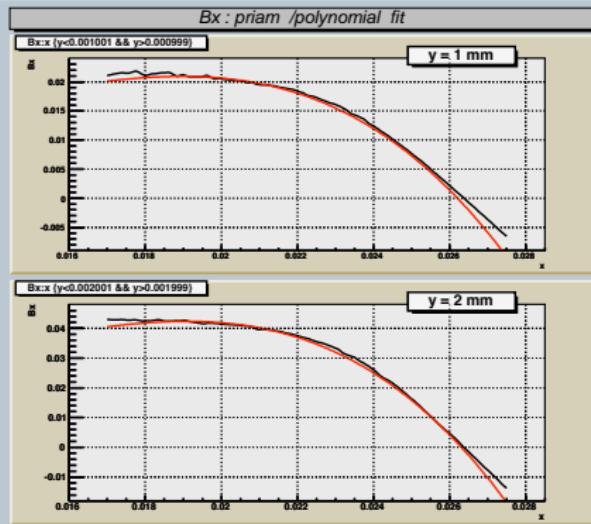


aimants pour ATF2 : QM7R

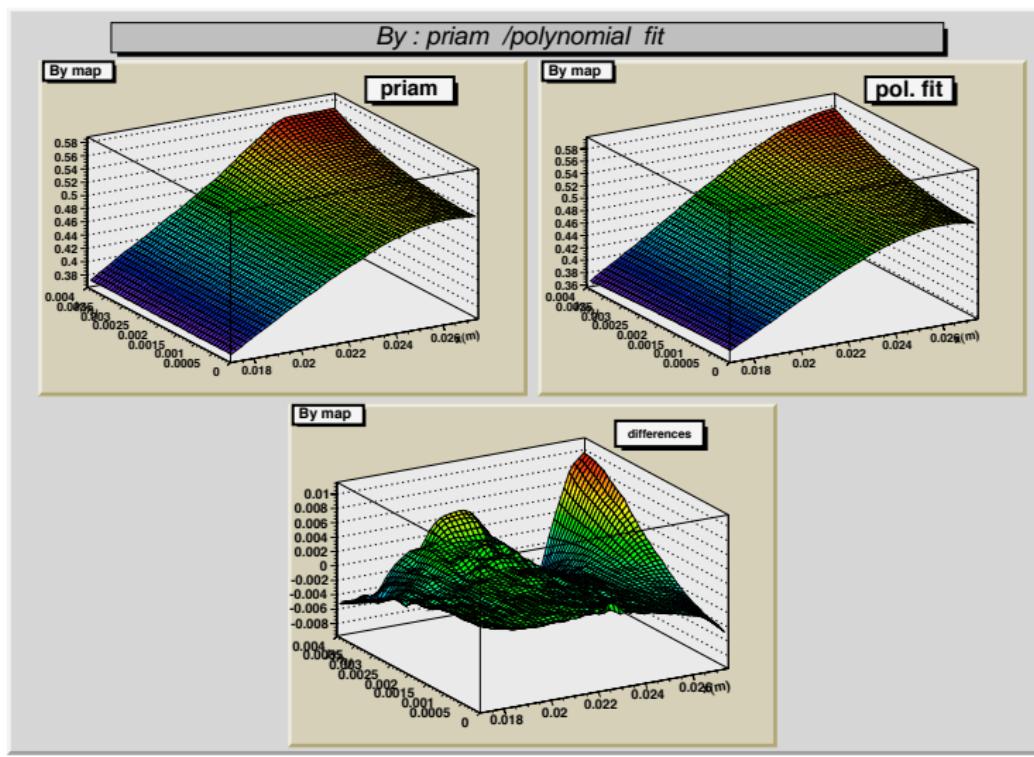


aimants pour ATF2 : QM7R, ajustement polynomial

- polynôme de degré 8
- autour du point de passage du faisceau $x \pm 5\text{mm}$; $0 < y < 4\text{mm}$
- recherche d'une composante dipolaire

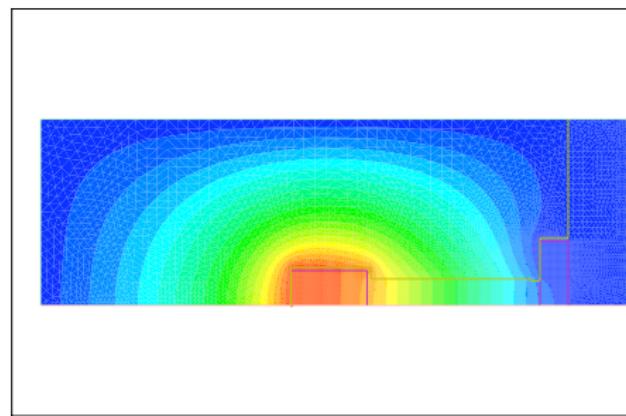
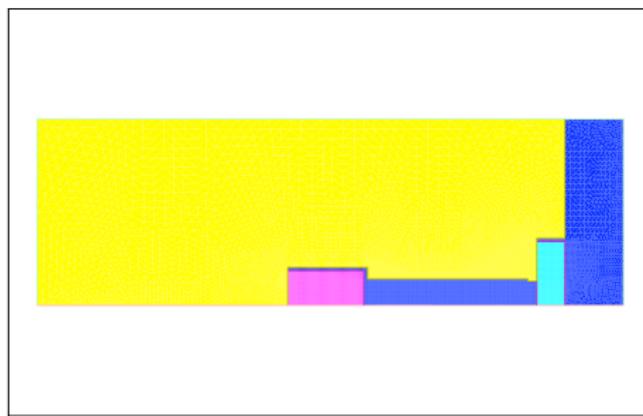


aimants pour ATF2 : QM7R, ajustement polynomial comparaison sur la carte 2D



aimants pour ATF2 : BS1X, septum (dipôle)

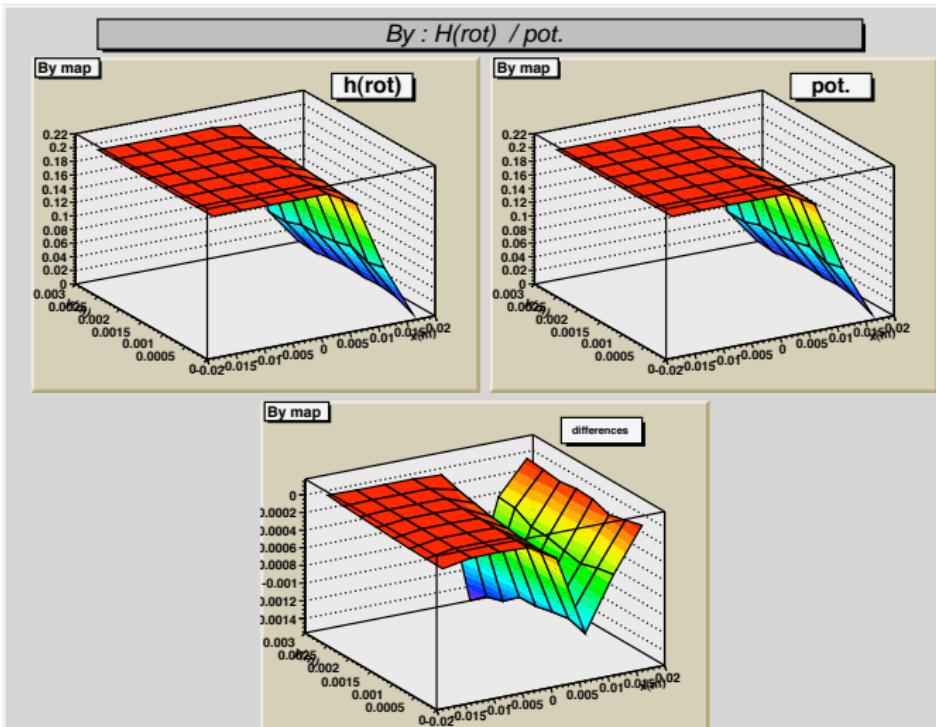
- angle : 28,035665 mrad
- longueur : 0,6 m
- champ : 0,1996 T
- passage du faisceau : $x = 8,55$ cm (près du "shim")
- recherche de la composante hexapolaire



aimants pour ATF2 : BS1X

comparaison des formulations $H(\text{rot})$ et potentiel

- les différences sont autour du shim



aimants pour ATF2 : BS1X

composante hexapolaire en fonction de x

