

Boussinesq, Reynolds, Kelvin et la turbulence

François G. Schmitt

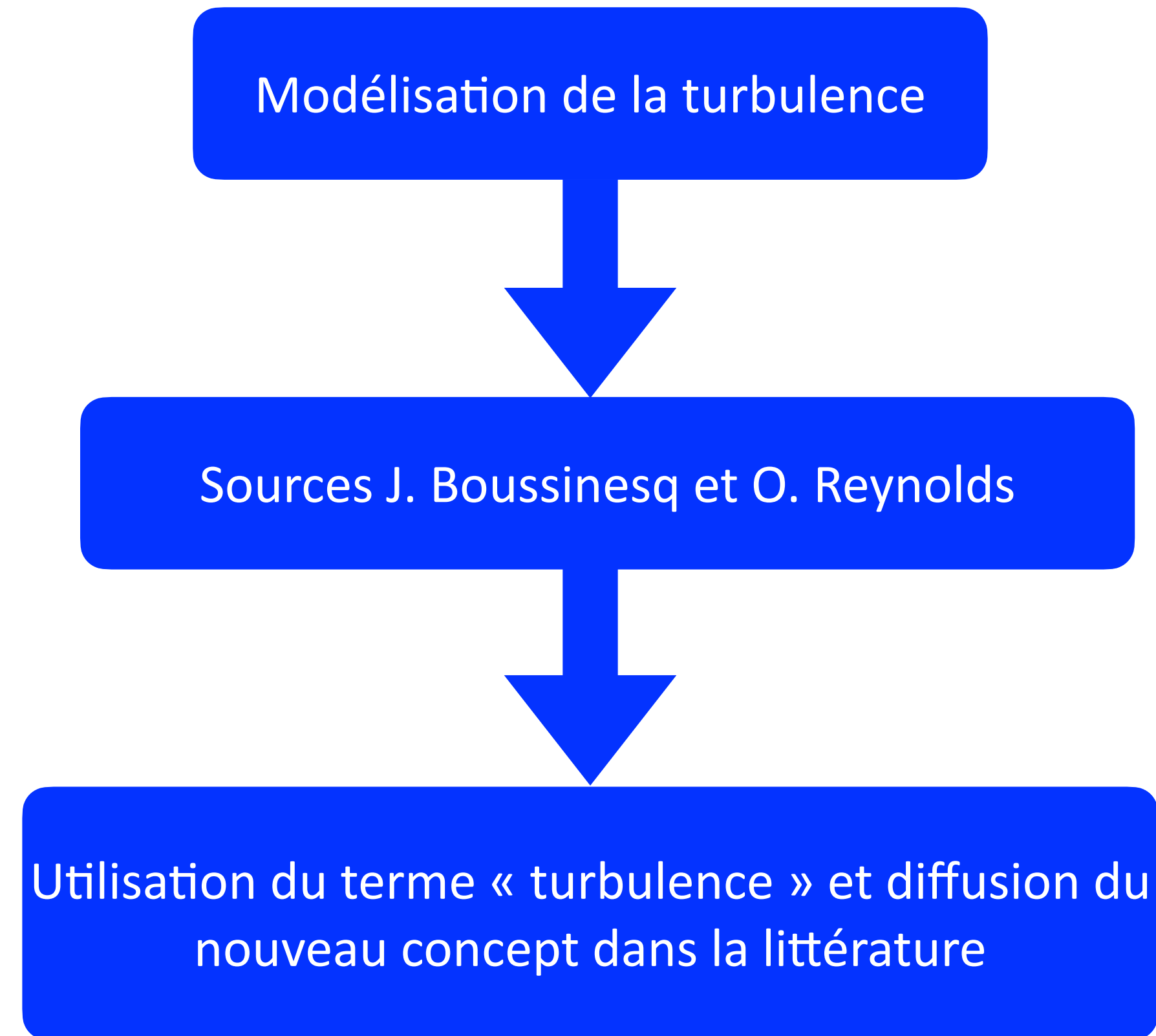
Directeur de recherche au CNRS

Laboratoire d'Océanologie et de Géosciences, Wimereux, UMR 8187

CNRS, Université de Lille, Université du Littoral Côte d'Opale



Cadre de la présentation



démarche en plusieurs étapes

Les équations de Navier-Stokes ont 200 ans (Navier, 1822)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \Theta = D \nabla^2 \Theta$$

\mathbf{u} : vecteur vitesse du fluide

p : pression

\mathbf{f} : force extérieure

ρ : masse volumique

ν : viscosité cinématique

D : coefficient de diffusion du scalaire passif

Θ : concentration du scalaire passif

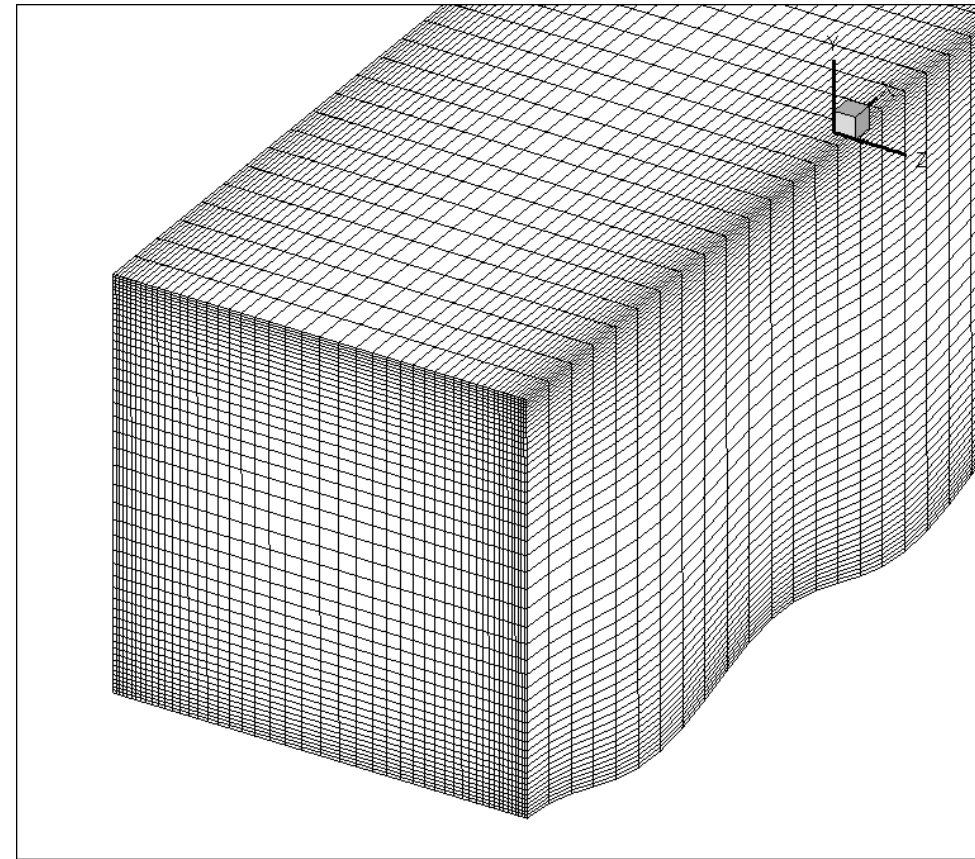
- équations qui régissent les fluides newtoniens, applications innombrables (atmosphère, océan, ingénierie...)
- équations non-linéaires
- prototype des systèmes complexes pour les grands nombres de Reynolds $Re = UL/\nu$

Voir aussi le mini-colloque organisé lors de cette même conférence:

[MC24 Bicentenaire des équations de Navier-Stokes](#)

Simulations numériques directes

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}$$



Discrétisation sur une grille

La taille d'une maille doit être inférieure à l'échelle de Kolmogorov, pour résoudre les plus petites échelles de la turbulence

Nombre de Reynolds $Re = \frac{UL}{\nu}$; Nombre de Reynolds à micro-échelle $R_\lambda = \frac{u'\lambda}{\nu}$

Le temps de calcul est proportionnel à Re^3 ou à R_λ^6

Une augmentation par 10 du nombre de Reynolds d'une simulation demande une augmentation par 1000 de la puissance de calcul

Simulations numériques directes

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}$$

Le temps de calcul est proportionnel à Re^3 ou à R_λ^6

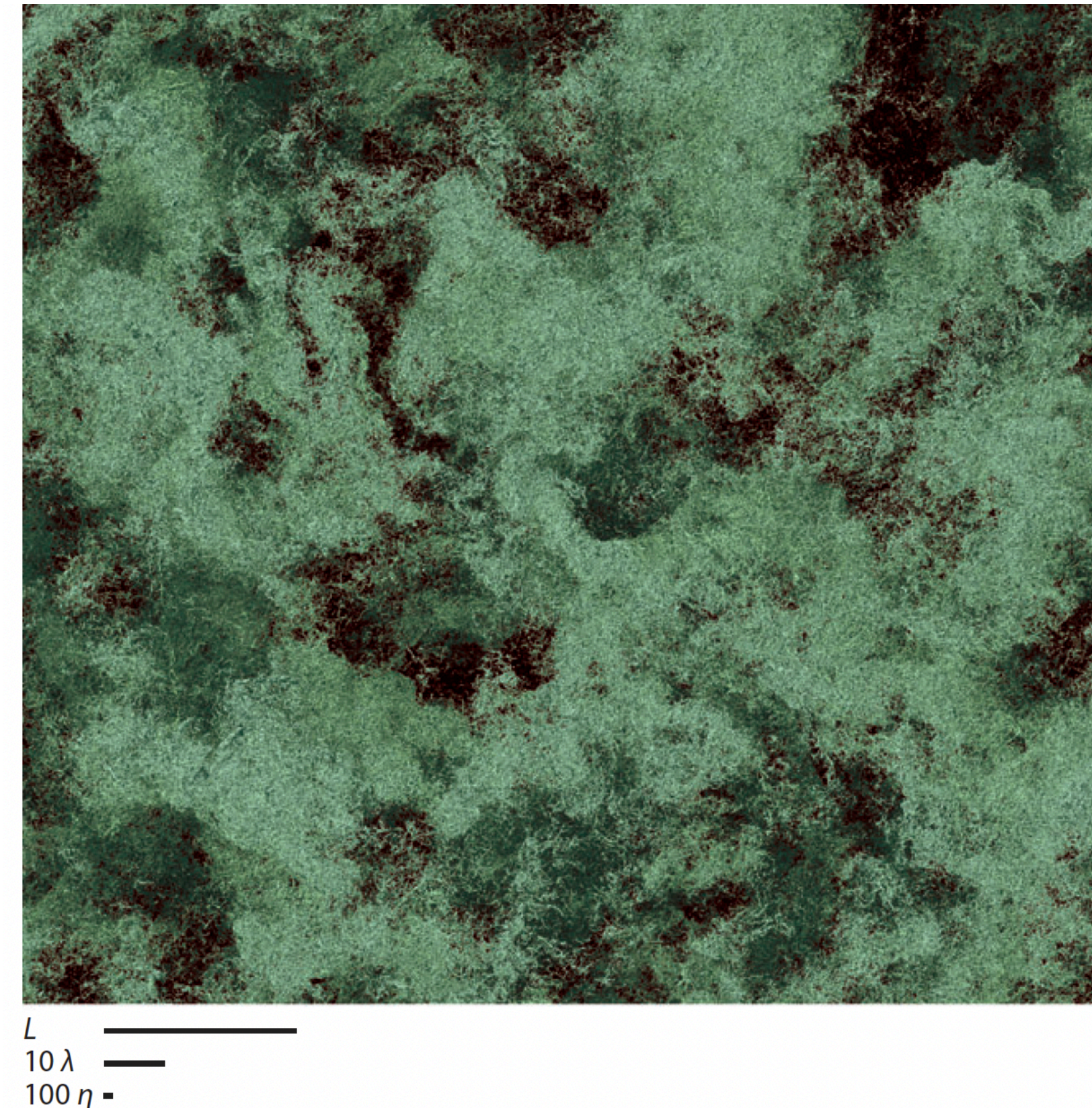
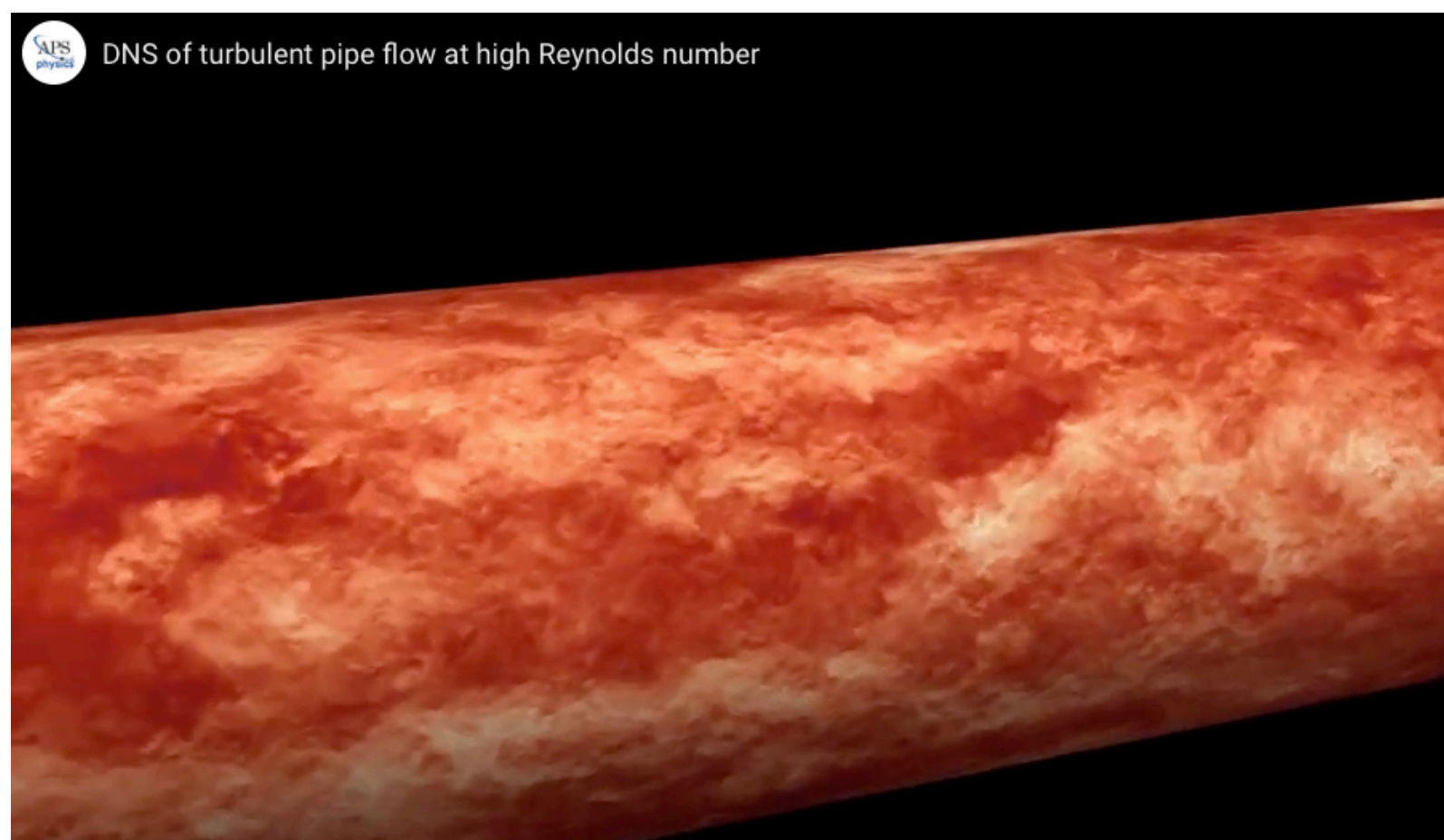
Première DNS: Orszag and Patterson (1972), avec $R_\lambda=35$

Kim et al. (1987): $R_\lambda=60$

Kaneda et al (2006): $R_\lambda=1200$ grid 4096^3

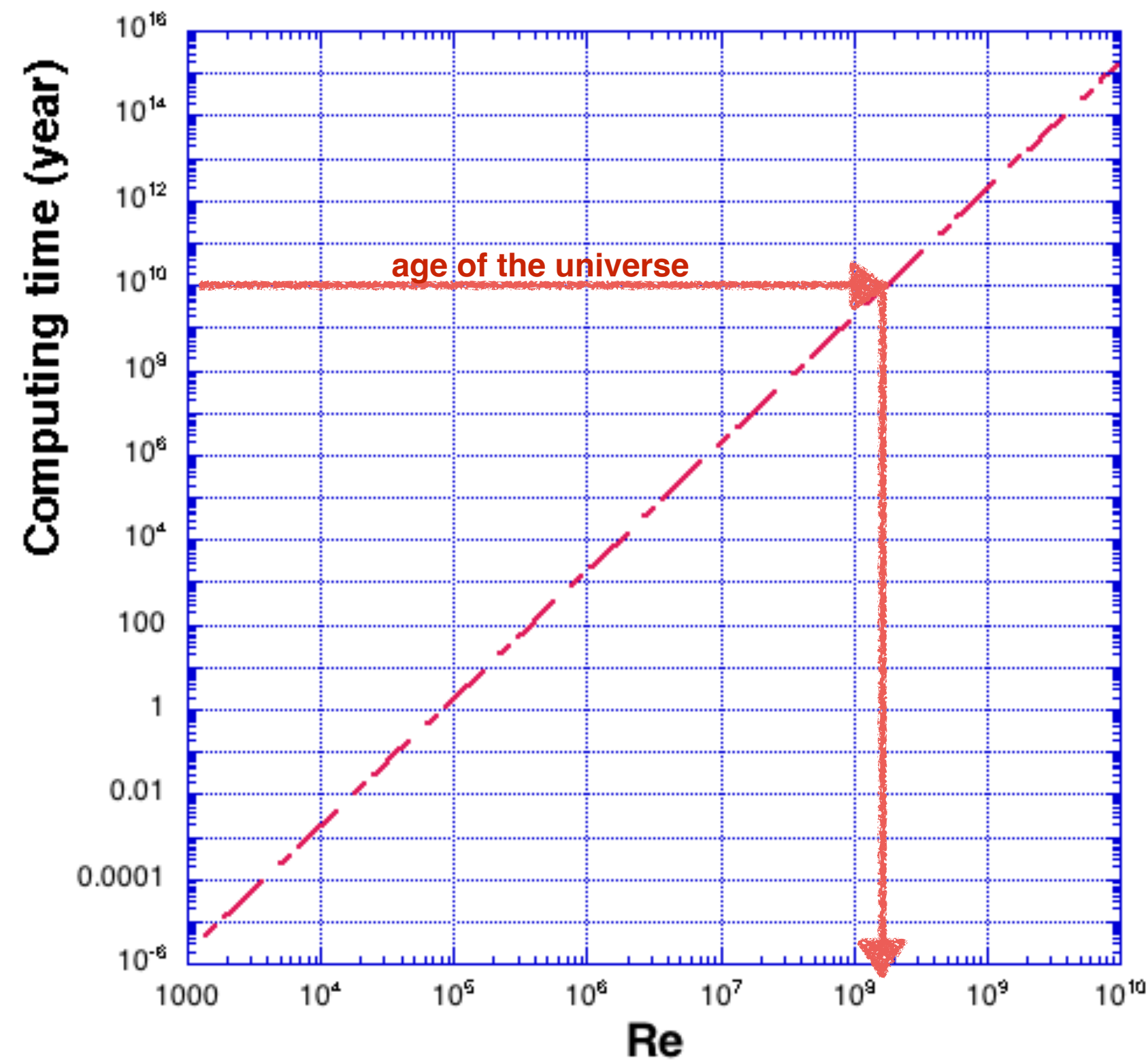
Yeung et al (2015): $Re = 45000$, $R_\lambda=1300$ grid 8192^3

$2^{18} = 262144$ cores on Blue Waters, a Cray XE/XK machine rated at more than 10 petaflops in aggregate speed located at the University of Illinois



Les simulations numériques directes et leurs limites

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}$$



Atmosphère et océan au niveau global:

$$Re = \frac{UL}{\nu} \sim 10^9$$

Une simulation DNS de l'atmosphère ou de l'océan global — dans l'état actuel de la puissance informatique — prendrait une durée **supérieure à l'âge de l'univers**

Moyenner les équations de Navier Stokes

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}$$

Le fait de moyenner les équations fait intervenir de nouveaux termes (en rouge)

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} + U \cdot \nabla \Theta = -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 U_x - \left(\overline{u'_x \frac{\partial u'_x}{\partial x}} + \overline{u'_y \frac{\partial u'_y}{\partial y}} + \overline{u'_z \frac{\partial u'_z}{\partial z}} \right)$$

...+ les mêmes lignes en y et z

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + U \cdot \nabla \Theta = D \nabla^2 \Theta - \left(\overline{u'_x \frac{\partial \theta'}{\partial x}} + \overline{u'_y \frac{\partial \theta'}{\partial y}} + \overline{u'_z \frac{\partial \theta'}{\partial z}} \right)$$

flux (basé sur les fluctuations à petite échelle)

Moyenne de Reynolds

$$u = U + u'$$

$$\bar{u} = U$$

$$\bar{u}' = 0$$

$$\overline{NS(x)} = \overline{NS(\bar{x})} - \mathbf{flux}$$

$$\overline{Transport(x)} = \overline{Transport(\bar{x})} - \mathit{scalar\ flux}$$

Moyenne

Modèle de la
moyenne

Nouveaux
termes

En considérant la moyenne des équations de Navier Stokes sur une boîte de taille intermédiaire, il faut prendre en compte les nouveaux termes

Les modèles de turbulence à base de viscosité turbulente

Moyenne de Navier-Stokes + fermeture utilisant l'hypothèse de Boussinesq

Closure

$$\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3}k\delta_{ij} + \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

Tenseur de contraintes

viscosité turbulente

tenseur de déformation moyen

L'hypothèse de Boussinesq est une hypothèse d'alignement de tenseurs

$$\mathbf{R} = 2\nu_T \mathbf{S}$$

tenseur

scalaire

tenseur

Les modèles de turbulence à base de viscosité turbulente

Moyenne de Navier-Stokes + fermeture utilisant l'hypothèse de Boussinesq

Fermeture

$$\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3}k\delta_{ij} + \underbrace{\nu_T}_{\text{viscosité turbulente}} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

Tenseur de contraintes

tenseur de déformation moyen

L'hypothèse de Boussinesq est une hypothèse d'alignement de tenseurs

$$\mathbf{R} = 2\nu_T \mathbf{S}$$

$$\begin{aligned} \nu_T &= F(K, \epsilon) & K - \epsilon \text{ model} \\ \nu_T &= F(K, \omega) & K - \omega \text{ model} \\ \nu_T &= F(\ell) \end{aligned}$$

Différentes propositions pour la viscosité turbulente

$$\nu_T = C \ell^* u^* \quad \text{Boussinesq (1872-1877)}$$

$$\nu_T = \ell_m^2 \frac{d \langle U \rangle}{dy} \quad \text{Prandtl (1925)} \quad \ell_m : \text{ mixing length}$$

$$\nu_T = \ell_m^2 \|S\| \quad \text{Smagorinsky (1963)}$$

$$\nu_T = \ell_m^2 \|W\| \quad \text{Baldwin-Lomax (1978)} \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\nu_T = k^{1/2} \ell_m \quad \text{Kolmogorov (1942); Prandtl (1945)}$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad \text{Jones-Launder (1972); Launder-Sharma (1974)}$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k}{\omega} \quad \text{Kolmogorov (1942); Wilcox (1993)}$$

Menter (1994): SST model

Le succès des modèles à base de viscosité turbulente

- Industrie
- Mécanique des fluides appliquées (chimie, ingénierie...)
- Météorologie et modèles climatiques
- Hydrologie
- Oceanographie

de très nombreux modèles reposent sur une hypothèse de transport par le gradient (viscosité turbulente, simulations grandes échelles...)

Hypothèse de Boussinesq

$$\overline{NS(x)} = \overline{NS(\bar{x})} + \text{Reynolds stress}$$

Reynolds 1895. Moyenne des équations de Navier-Stokes. Obtention du tenseur « de Reynolds » qui est construit à partir des fluctuations à petite échelle. Une « fermeture » est obtenue lorsqu'on exprime ce tenseur à partir des quantités moyennes (à la taille de la boîte).

$$\mathcal{R}_{ij} = - \langle u'_i u'_j \rangle + \frac{2}{3} K \delta_{ij}$$

Tenseur de contrainte de Reynolds à trace nulle

$$\mathcal{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Tenseur de déformation moyen

Boussinesq 1877. Exprime le tenseur de contrainte de Reynolds à trace nulle comme étant proportionnel au tenseur de déformation moyen. Obtenu par analogie avec la théorie cinétique. Le coefficient de proportionality est une nouvelle quantité, appelée « **viscosité turbulente** ».

$$\mathcal{R} = 2\nu_T \mathcal{S}$$

viscosité turbulente

Situation étrange: la solution d'une expression obtenue en 1895 (Reynolds) est donnée par une publication de 1877, 18 années plus tôt!

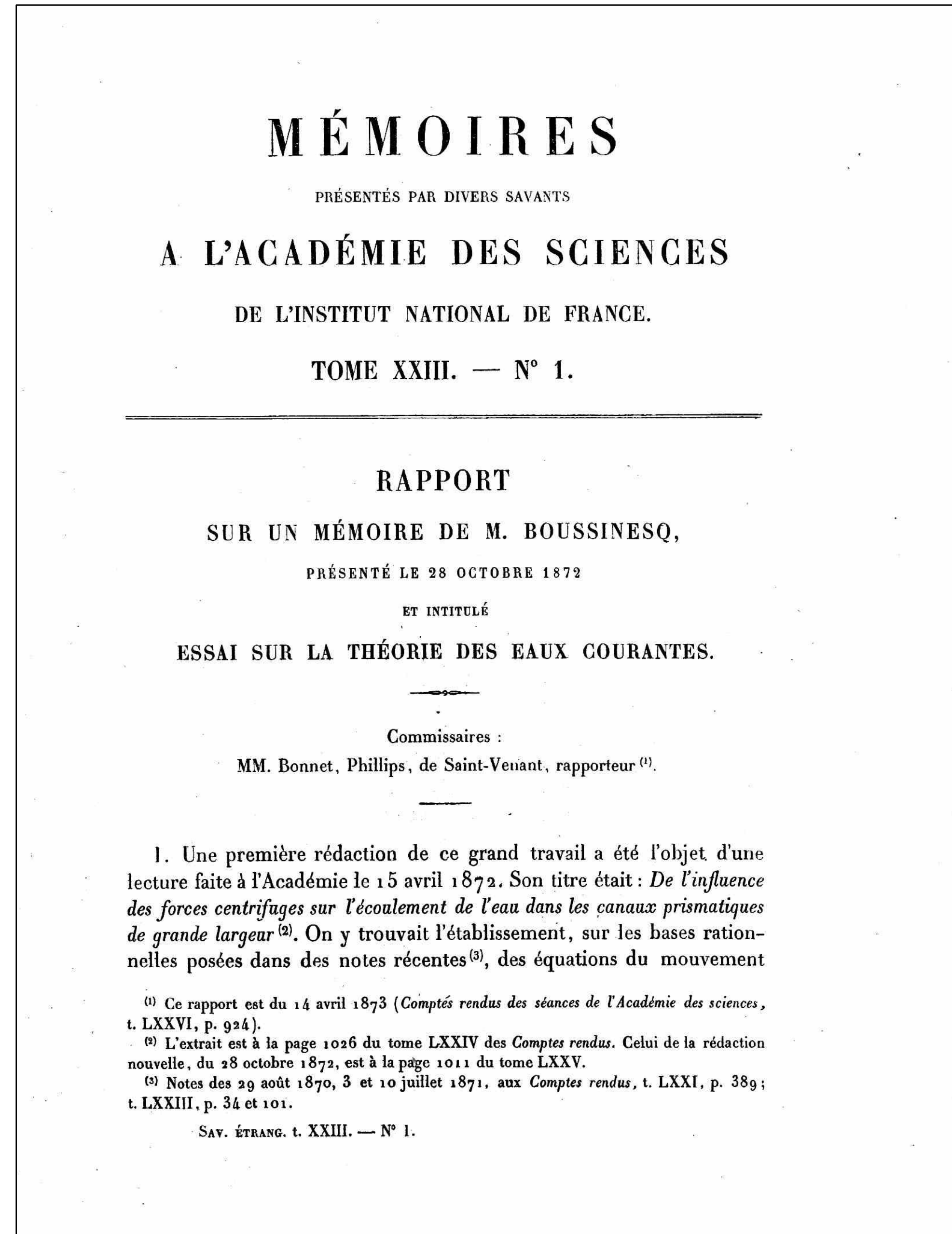
Consultation de la source originale



Joseph Boussinesq
1842-1929

Mémoire présenté le 28
October 1872 par Joseph
Boussinesq, et publié en 1877.

En introduction, un rapport de
Saint-Venant, intitulé
“Essai sur la théorie des eaux
courantes”.



Consultation de la source originale

qui s'écoule, comme rapidement ou même brusquement variables d'un point à l'autre, capables, en un mot, de produire des frottements d'un tout autre ordre de grandeur que dans le cas de mouvements continus; 2° faire dépendre les actions moyennes exercées à travers un élément plan fixe, non-seulement *des vitesses moyennes locales*, ou plutôt de leurs dérivées du premier ordre qui mesurent les glissements relatifs moyens des couches fluides, mais encore de l'intensité en chaque point de l'agitation tourbillonnaire qui y règne; 3° rechercher, par conséquent, les causes dont peut dépendre, aux divers points d'une section, l'agitation tourbillonnaire, et faire varier avec ces causes le coefficient des frottements intérieurs⁽¹⁾; 4° choisir, enfin, pour équations du mouvement, non pas les relations qui expriment à un moment donné l'équilibre dynamique des divers volumes élémentaires du fluide, mais les moyennes de ces relations pendant un temps assez court, ou ce que l'on peut appeler les équations de l'équilibre dynamique moyen des particules fluides qui passent successivement par un même point.

Boussinesq réalise une moyenne locale. Il indique que les équations de "Navier" sont toujours valides pour les moyennes locales, en remplaçant la viscosité par une quantité localement variable.

II. Il faut donc, si l'on veut que l'hydraulique cesse d'être, suivant l'expression de M. de Saint-Venant, *une désespérante énigme*⁽¹⁾ : 1° regarder les vitesses vraies, à l'intérieur d'un fluide

Consultation de la source originale

Saint-Venant:

3. L'auteur, après un préambule qui résume clairement son mémoire, démontre d'abord (§§ I et II) que les équations de l'hydrodynamique peuvent être posées pour les vitesses qu'on vient d'appeler *moyennes locales*, autour desquelles oscillent en chaque point, avec une sorte de périodicité, les vitesses moléculaires réelles; qu'on peut même composer avec leurs dérivées, pour avoir les actions intérieures, aussi moyennes locales, qui sont développées en ces points, les six formules de composantes de pression, tant normales que tangentielles, de Poisson, Cauchy et Navier; mais **pourvu que l'on regarde *comme variable* d'un point à l'autre ce coefficient de frottement intérieur ϵ** qui y affecte les vitesses de glissement, ainsi que les différences, deux à deux, de celles d'extension ⁽¹⁾.

variable viscosity

L'approximation de Boussinesq

extrait de
Boussinesq, 1877

$$(12) \begin{cases} N_1 = -p + 2\varepsilon \frac{du}{dx}, & N_2 = -p + 2\varepsilon \frac{dv}{dy}, & N_3 = -p + 2\varepsilon \frac{dw}{dz}, \\ T_1 = \varepsilon \left(\frac{dv}{dz} + \frac{dw}{dy} \right), & T_2 = \varepsilon \left(\frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz} \right), & T_3 = \varepsilon \left(\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \right). \end{cases}$$

§ III. EXPRESSION APPROCHÉE DU COEFFICIENT ε DES FROTTEMENTS INTÉRIEURS.

Causes
at dépendent
coefficient ε
frottements
intérieurs
l'intensité
l'agitation
arbillonnaire.

10. Ces expressions (12) sont isotropes et ne diffèrent de celles que Navier a données pour représenter les frottements développés dans les mouvements bien continus des fluides, qu'en ce que le coefficient ε doit dépendre en chaque point, non-seulement de la température et peut-être de la pression p , mais encore et surtout de l'intensité de l'agitation moyenne qui s'y trouve produite.

Version moderne: $R = 2\nu_T S$

$$T_{ij} = -\overline{u'_i u'_j} \quad \text{Tenseur de contraintes de Reynolds}$$

$$R_{ij} = T_{ij} + \frac{2}{3} K \delta_{ij} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Tenseur de contrainte à
trace nulle

tenseur de déformation
moyen

L'approximation de Boussinesq

extrait de
Boussinesq, 1877

$$(13) \begin{cases} \varepsilon = \rho g A h u_o, & \text{quand la section est rectangulaire très-large,} \\ \varepsilon = \rho g A \frac{R}{2} u_o \frac{R}{r}, & \text{quand elle est circulaire ou demi-circulaire.} \end{cases}$$

Une expression à base
de longueur de mélange
pour un écoulement de
canal

$$\nu_T = C l^* u^*$$

échelle spatiale

vitesse

Boussinesq (1877) avait déjà proposé pour la viscosité turbulente une expression basée sur une longueur de mélange (plusieurs décennies avant Prandtl)

Une désespérante énigme

La première proposition de Boussinesq est déjà une proposition tensorielle, et il réalise en même temps une moyenne des équations de Navier-Stokes (20 ans avant Reynolds) et une fermeture tensorielle faisant appel au concept de viscosité turbulente, via une analogie avec la théorie cinétique (utilisée au niveau moléculaire).

Cette fermeture correspondant à une forte hypothèse, n'a pas été relevée: Saint-Venant dans son introduction indique que Boussinesq a résolu une “**a désespérante énigme**”.

Plus tard, en 1936, dans son discours posthume sur Boussinesq, le mathématicien Emile Picard indique:

“C'est un résultat remarquable dû à Boussinesq, que les équations de Navier sont encore applicables, mais en y mettant, au lieu des vitesses moléculaires réelles, leurs moyennes locales. (...) Mais le coefficient de frottement intérieur n'est pas constant, il varie avec la position dans la masse fluide de la particule considérée, et il dépend de l'agitation tourbillonnaire qui y règne”.

Emile Picard, *Discours et notices*, Gauthiers-Villars, Paris, 1936

On sait maintenant que Boussinesq n'a pas résolu le mystère de la fermeture de la turbulence: le sujet est encore ouvert!

Un million de dollars

Millennium problems du Clay Mathematical Institute

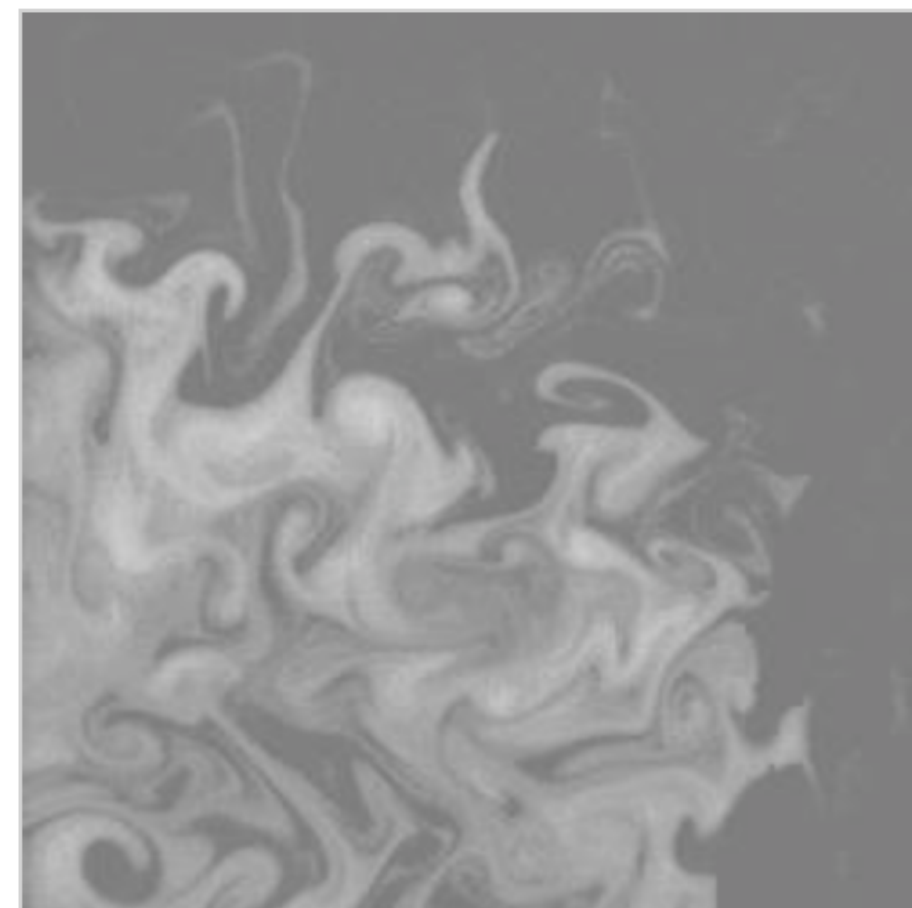
Fondé en 1998. Vise à soutenir la recherche en mathématiques. Donne des prix pour des sujets qui sont des défis (7 “Problèmes”). (un seul a été résolu à ce jour)



<http://www.claymath.org/millennium-problems/navier-stokes-equation>



Navier–Stokes Equation



This problem is: Unsolved

Waves follow our boat as we meander across the lake, and turbulent air currents follow our flight in a modern jet. Mathematicians and physicists believe that an explanation for and the prediction of both the breeze and the turbulence can be found through an understanding of solutions to the Navier-Stokes equations. Although these equations were written down in the 19th Century, our understanding of them remains minimal. The challenge is to make substantial progress toward a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations.

Boussinesq et Reynolds

Les termes utilisés

Boussinesq (1877): « mouvements tumultueux », « agitation tourbillonnaire », « théorie des remous », « théorie des tourbillons liquides »

Reynolds (1895): « sinuous paths », « sinuous motion », « irregular eddies », « sinuous disturbance », « relative disturbance »

Il n'y a pas eu utilisation du mot "turbulence" par ces deux auteurs importants dans le domaine. Mais les périphrases utilisées montrent qu'un concept était dans l'air et demandait l'adoption d'un nouveau terme.

Turbulence

Dictionary definition (Robert)

Turbulence:

1495, repris 1646. latin turbulentia

1. Agitation désordonnée, bruyante. Ils semblent “pleins de vigueur [les oiseaux], d’animation et de turbulence joyeuse” Gautier.

2. Caractère d’une personne turbulente. dissipation, pétulance, vivacité. “cette vivacité d’esprit gascon, cette aimable turbulence qui distingue ces Français du Nord” Balzac.

3. Physique.

Turbulent, ente. adj. Fin XIIe, repris 1532. Latin turbulentus, radical turbare “troubler”

1. vx Agité et violent. “ces gens turbulents Dont l’imprudent chagrin qui tempête et qui gronde” Molière.

2. Mod. Qui est porté à s’agiter physiquement, qui est souvent dans un état d’excitation bruyante. agité, bruyant, remuant. Enfant, élève turbulent. dissipé, diable (adj.) Insupportable, turbulent et malicieux. espiègle.

3. (XVIe) littér. Qui est caractérisé par l’agitation, le trouble. troublé, tumultueux. “Ces grandes passions, je ne dis pas les turbulences” Flaubert.

4. Physique.

Utilisé pendant longtemps dans le langage commun, pour des animaux, pour des personnes dissipées, pour des enfants, pour une foule.

En nommant le nouveau domaine, celui-ci est reconnu comme objet d’études spécifique. Sans nom adopté par la communauté, un concept n’est pas encore identifié comme nouveau sujet d’études. L’intérêt ici porte sur l’histoire de l’utilisation du mot « turbulence » en physique et mécanique des fluides: **la naissance d’un concept.**

La mécanique des fluides au XIXe siècle

Depuis Navier, les chercheurs (de Saint-Venant à Reynolds) au XIXe siècle faisaient une différence qualitative entre deux types d'écoulements:

- les écoulements “linéaires” ou “réguliers” ou “directs” ou “stables”
- les écoulements “non-linéaires” or “tumultueux” or “sinueux” or “instables”

Souvent l'inspection visuelle permettait de séparer les deux catégories.

Plusieurs périphrases étaient utilisées pour caractériser les écoulements de la seconde catégorie.

Beaucoup d'intérêts pour la transition entre les deux types (Thomson/Kelvin, Stokes, Rayleigh, Reynolds...)

(Darrigol, 2005)

Analogie militaire par Osborne Reynolds

Osborne Reynolds, "On the two manners of motion of water"

Proceedings of the Royal Institution of Great Britain, 1884:

« Such a theory would stand in the same relation to the movements of troops, as that of hydrodynamics does to the movement of water. For although only the disciplined motion is recognised in military tactics, troops have another manner of motion when anything disturbs their order. And this is precisely how it is with water : it will move in a perfectly **direct disciplined manner** under some circumstances, while under others it becomes a **mass of eddies and cross streams**, which may be well likened to the motion of a whirling, struggling mob where each individual particle is obstructing the others. »

Cette analogie avec une foule, est proche de l'utilisation du mot « turbulence » pour décrire les mouvements tumultueux.

Circumstances conducive to

Direct or Steady Motion.

1. **Viscosity or fluid friction which continually destroys disturbances.**
(Treacle is steadier than water.)
2. **A free surface.**
3. **Converging solid boundaries.**
4. **Curvature with the velocity greatest on the outside.**

Sinuuous or Unsteady Motion.

5. **Particular variation of velocity across the stream, as when a stream flows through still water.**
6. **Solid bounding walls.**
7. **Diverging solid boundaries.**
8. **Curvature with the velocity greatest on the inside.**

William Thomson (plus tard Lord Kelvin)

En 1883 O. Reynolds a publié son travail donnant un moyen quantitatif de séparer un écoulement régulier et tumultueux (le nombre de « Reynolds »).

Il n'est peut-être pas surprenant que seulement quelques années après William Thomson a proposé de donner un nom unifié aux écoulements tumultueux, inspiré par le langage courant: “**turbulence**”.

Deux publications en 1887.

- William Thomson, “Stability of motion (continued from the May, June and August numbers). – Broad river flowing down an inclined plane bed”, *Philosophical Magazine*, 24(148), 272-278, 1887. Published in September 1887.
- William Thomson, “On the propagation of laminar motion through a turbulently moving inviscid liquid”, *Philosophical Magazine* 24(149), 342-353 (1887)

Souvent le second papier est cité pour l'introduction du mot « turbulence ». Mais le premier a été publié plus tôt. Rarement mentionné peut-être car il n'est pas inclus dans les “Mathematical and Physical papers” de Lord Kelvin publiés plus tard (un oubli sans doute).

William Thomson (later Lord Kelvin)

[272]

First paper, 1887

XXXIV. *Stability of Motion (continued from the May, June, and August Numbers).—Broad River flowing down an Inclined Plane Bed.* By SIR WILLIAM THOMSON, F.R.S.*

41. CONSIDER now the second of the two cases referred to in § 27—that is to say, the case of water on an inclined plane bottom, under a fixed parallel plane cover (ice, for example), both planes infinite in all directions and gravity everywhere uniform. We shall include, as a sub-case, the icy cover moving with the water in contact with it, which is particularly interesting, because, as it annuls tangential force at the upper surface, it is, for the steady motion, the same case as that of a broad open river flowing uniformly over a perfectly smooth inclined plane bed. It is not the same, except when the motion is steadily laminar, the difference being that the surface is kept rigorously plane, but not free from tangential force, by a rigid cover, while the open surface is kept almost but not quite rigorously plane by gravity, and rigorously free from tangential force. But, provided the bottom is smooth, the smallness of the dimples and little round hollows which we see on the surface, produced by turbulence (when the motion is turbulent), seems to prove that the motion must be very nearly the same as it would be if the upper surface were kept rigorously plane, and free from tangential force.

Ici un adjectif est utilisé pour expliquer le nom « turbulence » : lorsque le mouvement est « turbulent », donc quand il bouge comme une foule désordonnée.

Plus loin dans le même article il indique “any kind of turbulent or tumultuous motion” et aussi “ultimate annulment of the turbulence”.

William Thomson (later Lord Kelvin)

Second paper, 1887

*XLV. On the Propagation of Laminae Motion through a turbulently moving Inviscid Liquid. By Sir WILLIAM THOMSON, LL.D., F.R.S.**

1. **I**N endeavouring to investigate turbulent motion of water between two fixed planes, for a promised communication to Section A of the British Association at its coming Meeting in Manchester, I have found something seemingly towards a solution (many times tried for within the last twenty years) of the problem to construct, by giving vortex motion to an incompressible inviscid fluid, a medium which shall transmit waves of laminae motion as the luminiferous æther transmits waves of light.

2. Let the fluid be unbounded on all sides, and let u, v, w be the velocity-components, and p the pressure at (x, y, z, t) . We have

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

* Communicated by the Author, having been read before Section A of the British Association at its recent Meeting in Manchester.

Ici les mots "turbulent motion" sont utilisés 11 fois dans l'article.

L'utilisation du mot n'est pas expliquée, puisqu'il a été introduit dans le papier précédent du même auteur.

Correspondance entre Thomson/ Kelvin et Stokes

William Thomson/Lord Kelvin et George Gabriel Stokes étaient des amis proches et ont échangé de nombreuses lettres entre 1846 et 1901. Elles sont publiées par le CUP.

Kelvin à Stokes, 27 December 1898

“If now the whole fluid suddenly becomes inviscid and the globe be kept moving uniformly, the rotationally moving fluid will be washed off from it, and left moving **turbulently** in the wake, and mixing up irrotationally moving fluid among it.”

Stokes à Kelvin, 19 and 20 December 1900

“Reynolds pointed out that the dimensional relations which contain the conditions of dynamical as well as geometrical similarity are applicable to the setting in of **turbulence**, and to the mean effects when the motion is eddying.”

Stokes n'a pas utilisé le mot “turbulence” dans ses écrits (il est mort en 1903)

Typo de l'éditeur ou vocabulaire mal maîtrisé de Stokes?

Recherche du mot « turbulence » dans les écrits

Avec une quantification claire en 1883, et un nouveau nom proposé en 1887, le concept a commencé à être une discipline en elle-même.

Cependant la diffusion du nom n'a pas été immédiate:

- Boussinesq
- Reynolds
- Stokes
- Benard
- Rayleigh
- Levi-Civita

... n'ont (apparemment) jamais utilisé le terme dans leurs travaux scientifiques publiés.

Suivi des termes dans les articles en anglais, en allemand, et en français.

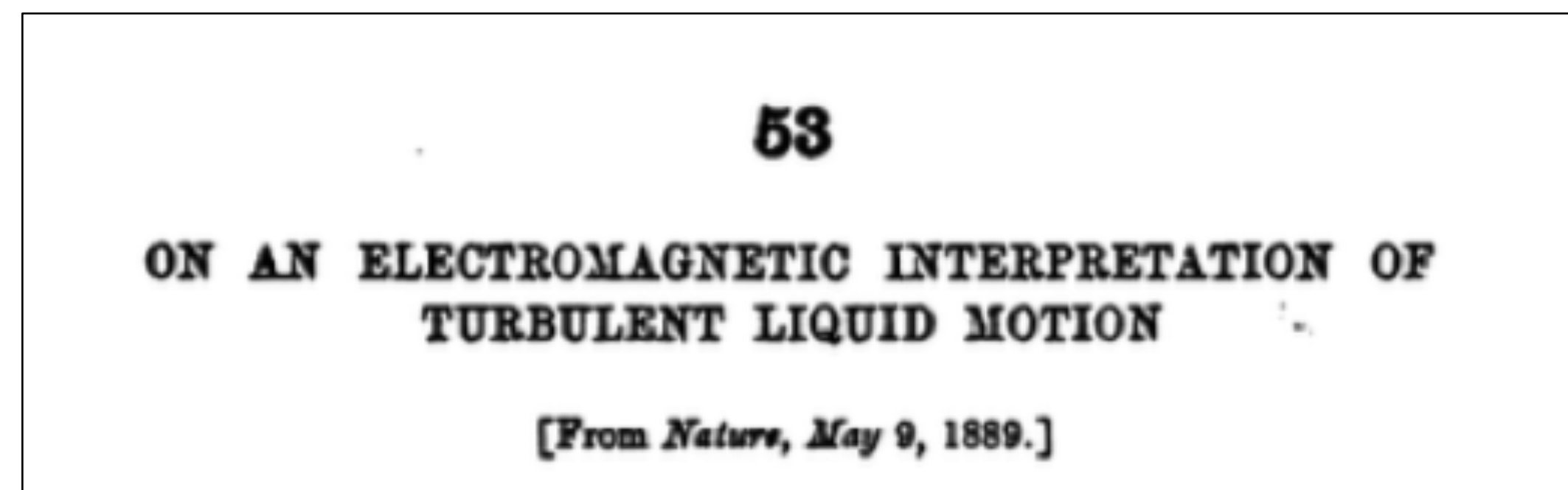
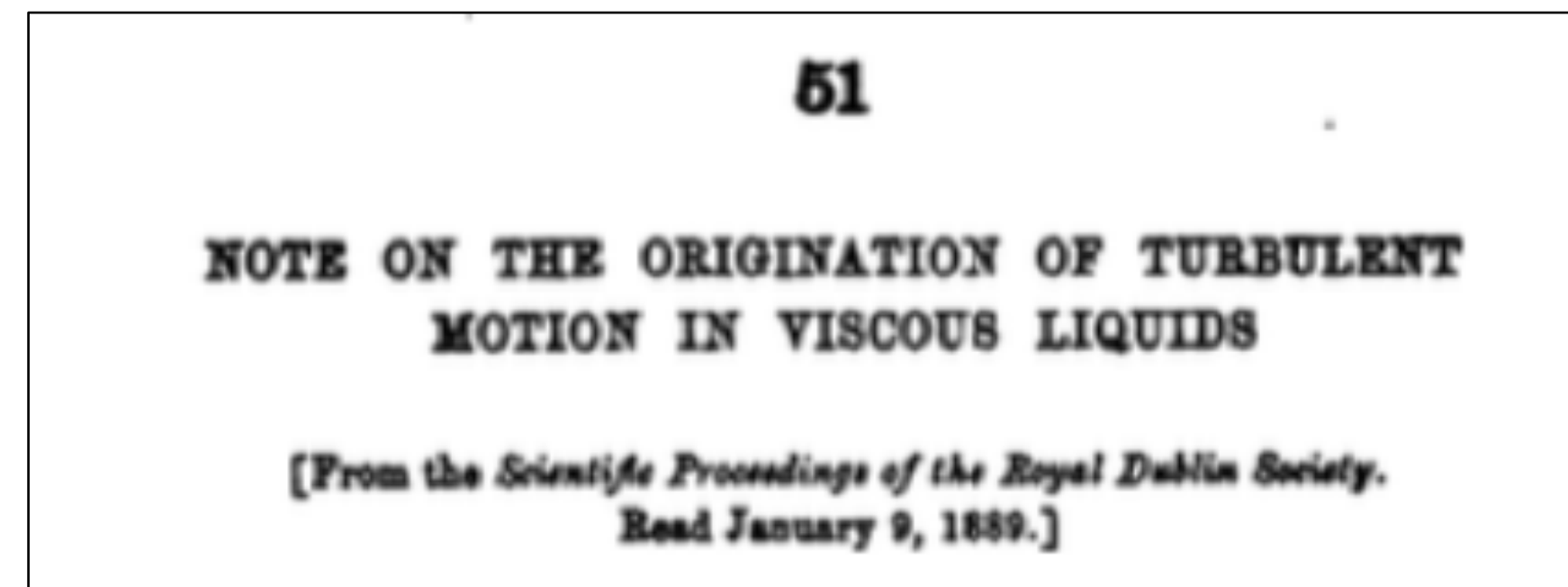
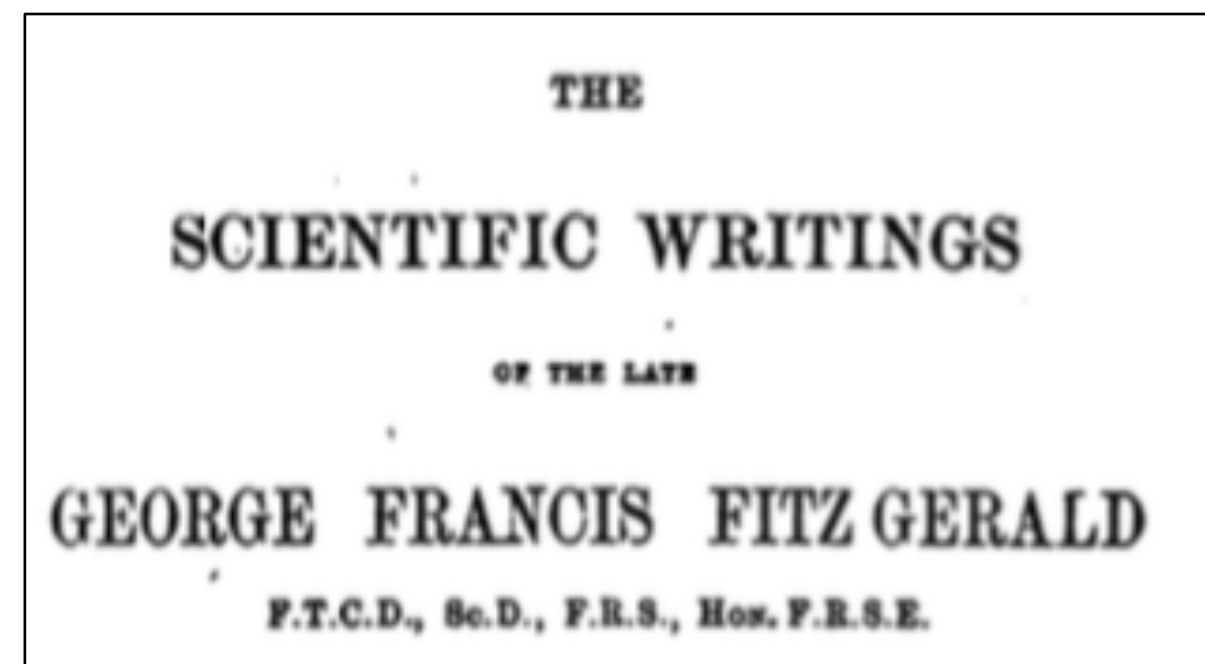
Objectifs: voir quand le mot a commencé à être accepté largement dans la communauté.

Méthode: recherche sur le Web of Science, sur Gallica, références dans les travaux anciens et recherche sur le web.

Dans les articles en anglais

George Francis FitzGerald (1851-1901)

Dès 1889 il utilise le mot turbulence (adjectif) dans le titre d'un article d'une page. Aussi dans un article dans *Nature*.



Dans les articles en anglais

- Benjamin Smith Lyman, “Movements of ground water”
Journal of the Franklin Institute, 150(4) 285-299 (1900)
Stated meeting, May 9 1900
Mentionne des « groundwater flows »: p. 291, “...but with coarser grains the flow increased more slowly than the pressure, because of **turbulence** in the larger pores.”
- W. S. Franklin, “The misuse of physics by biologists and engineers”
Science, vol. XVIII, N°464, 641-657 (1903).
L’auteur explore différents domaines de la physique. Parmi eux dans une section intitulée « Sweeping or irreversible processes », il mentionne les gaz après une explosion. Page 646-648, les mots « turbulence » et « turbulent » sont utilisés plusieurs fois.
- J.W. Gregory, “The level of the sea”
Scottish Geographical Magazine 25(6), 311-324 (1909)
“... the sea has been the favorite emblem of inconstancy and turbulence”

Ces auteurs ne sont pas connus dans le domaine de la mécanique des fluides ou la physique

Horace Lamb

Horace Lamb, *Hydrodynamics*
6 éditions:

1879

No turbulence

1895

« the chief outstanding
difficulty of our subject »

1906

1916

turbulence

1924

1932

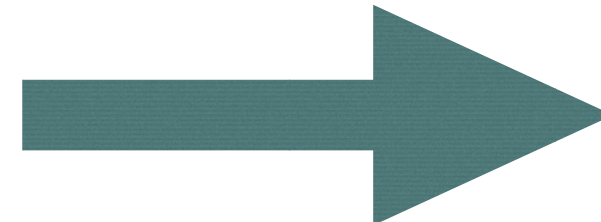
CONTENTS.		xvii
ART.		PAGE
284.	Hypothesis that the stresses are linear functions of the rates of strain. Coefficient of viscosity	511
285.	Boundary conditions. Question as to slipping of a fluid over a solid	514
286.	General equations of motion of a viscous fluid. Interpretation	514
287.	Dissipation of energy by viscosity. Expressions for the dissipation-function	517
288-290.	Problems of steady motion. Flow of a viscous liquid through a crevice, and through a tube of circular section; Poiseuille's laws. Question as to slipping. Results for other forms of section	519
291, 292.	Steady rotation of a cylinder. Rotation of a sphere	523
293-295.	Motion of a viscous fluid when inertia is neglected. General solution in spherical harmonics. Steady motion of a sphere; resistance; terminal velocity. Limitations to the solution	526
296.	Steady motion of an ellipsoid	534
297.	General theorems of von Helmholtz and Korteweg	536
298-300.	Periodic laminar motion. Oscillating plane. Periodic tidal force	538
301, 302.	Effect of viscosity on water-waves. Method of dissipation-function. Direct method	544
303.	Effect of surface-forces. Generation and maintenance of waves by wind	549
304.	Calming effect of oil on water-waves	552
305-309.	Periodic motion with a spherical boundary. General solution in spherical harmonics. Applications. Decay of motion in a spherical vessel. Torsional oscillations of a shell containing liquid. Effect of viscosity on the vibrations of a liquid globe. Torsional oscillations of a sphere surrounded by liquid. Oscillations of a ball-pendulum	555
310.	Effect of viscosity on sound-waves	570
311-312.	Instability of linear flow when the velocities exceed certain limits. Law of resistance in pipes. Reynolds' experiments. Skin-resistance of ships. References to theoretical investigations	572

Horace Lamb

Horace Lamb, *Hydrodynamics*
6 editions:

1879

No turbulence

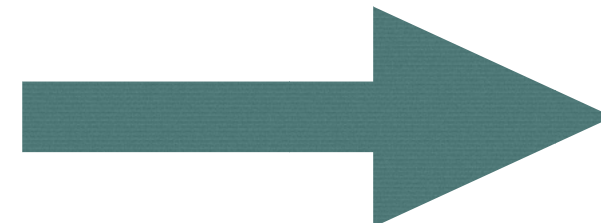


1895

1906

1916

turbulence



1924

1932

CONTENTS.		xvii
ART.		PAGE
284.	Hypothesis that the stresses are linear functions of the rates of strain. Coefficient of viscosity	511
285.	Boundary conditions. Question as to slipping of a fluid over a solid	514
286.	General equations of motion of a viscous fluid. Interpretation	514
287.	Dissipation of energy by viscosity. Expressions for the dissipation-function	517
288-290.	Problems of steady motion. Flow of a viscous liquid through a crevice, and through a tube of circular section; Poiseuille's laws. Question as to slipping. Results for other forms of section	519

<i>Contents</i>		XV
ART.		PAGE
358.	Viscosity in gases; dissipation function	645
359, 360.	Damping of plane waves of sound by viscosity; combined effect of viscosity and thermal conduction	646
360 a.	Waves of permanent type, as affected by viscosity alone	650
360 b.	Absorption of sound by porous bodies	652
361.	Effect of viscosity on diverging waves	654
362, 363.	Effect on the scattering of waves by a spherical obstacle, fixed or free	657
364.	Damping of sound-waves in a spherical vessel	661
365, 366.	Turbulent motion. Reynolds' experiments; critical velocities of water in a pipe; law of resistance. Inferences from theory of dimensions	663
366 a.	Motion between rotating cylinders	667
366 b.	Coefficient of turbulence; 'eddy' or 'molar' viscosity	668
366 c.	Turbulence in the atmosphere; variation of wind with height	669
367, 368.	Theoretical investigations of Rayleigh and Kelvin	670
369.	Statistical method of Reynolds	674
370.	Resistance of fluids. Criticism of the discontinuous solutions of Kirchhoff and Rayleigh	678
370 a.	Kármán's formula for resistance	680
370 b.	Lift due to circulation	681
371.	Dimensional formulae. Relations between model and full-scale	682
371 a, b, c.	The boundary layer. Note on the theory of the aerofoil	684
371 d, e, f, g.	Influence of compressibility. Failure of stream-line flow at high speeds	691

Apparition du terme "turbulence" dans l'édition 1906

Dans les articles en anglais

- William Orr, “The stability or instability of the steady motions of a perfect liquid and of a viscous liquid. Part I a perfect liquid”. Proc. Roy. Irish Acad. A 27, 9-68 (1907)
“This limit, beyond which instability sets in and the motion becomes turbulent...”

- Frederick W. Lanchester

Aerodynamics, Constituting the first volume of a complete work on aerial flight, Archibald Constable & Co (1907).

Section sur “Turbulence”

xii	CONTENTS.
§ 35.	Law of Skin Friction.
36.	Kinematical Relations.
37.	Turbulence.
38.	General Expression. Homomorphous Motion.
39.	Corresponding Speed.

- G. I. Taylor (1915)

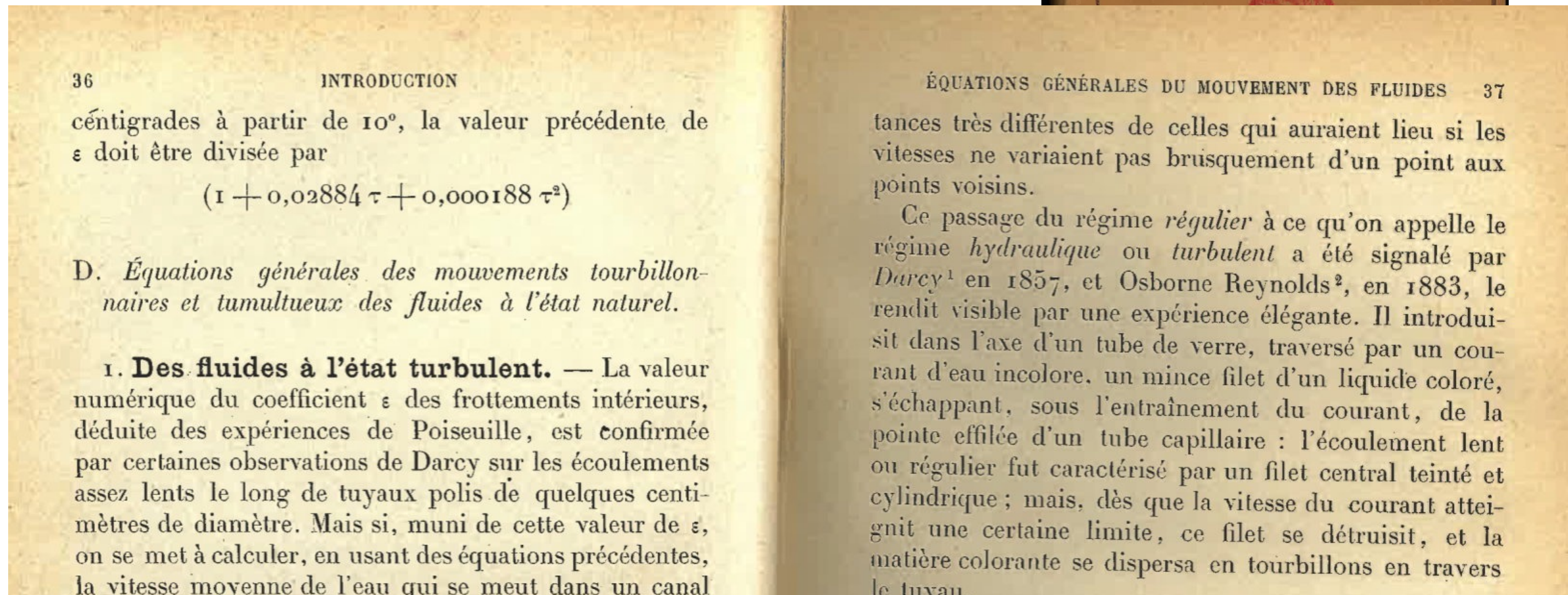
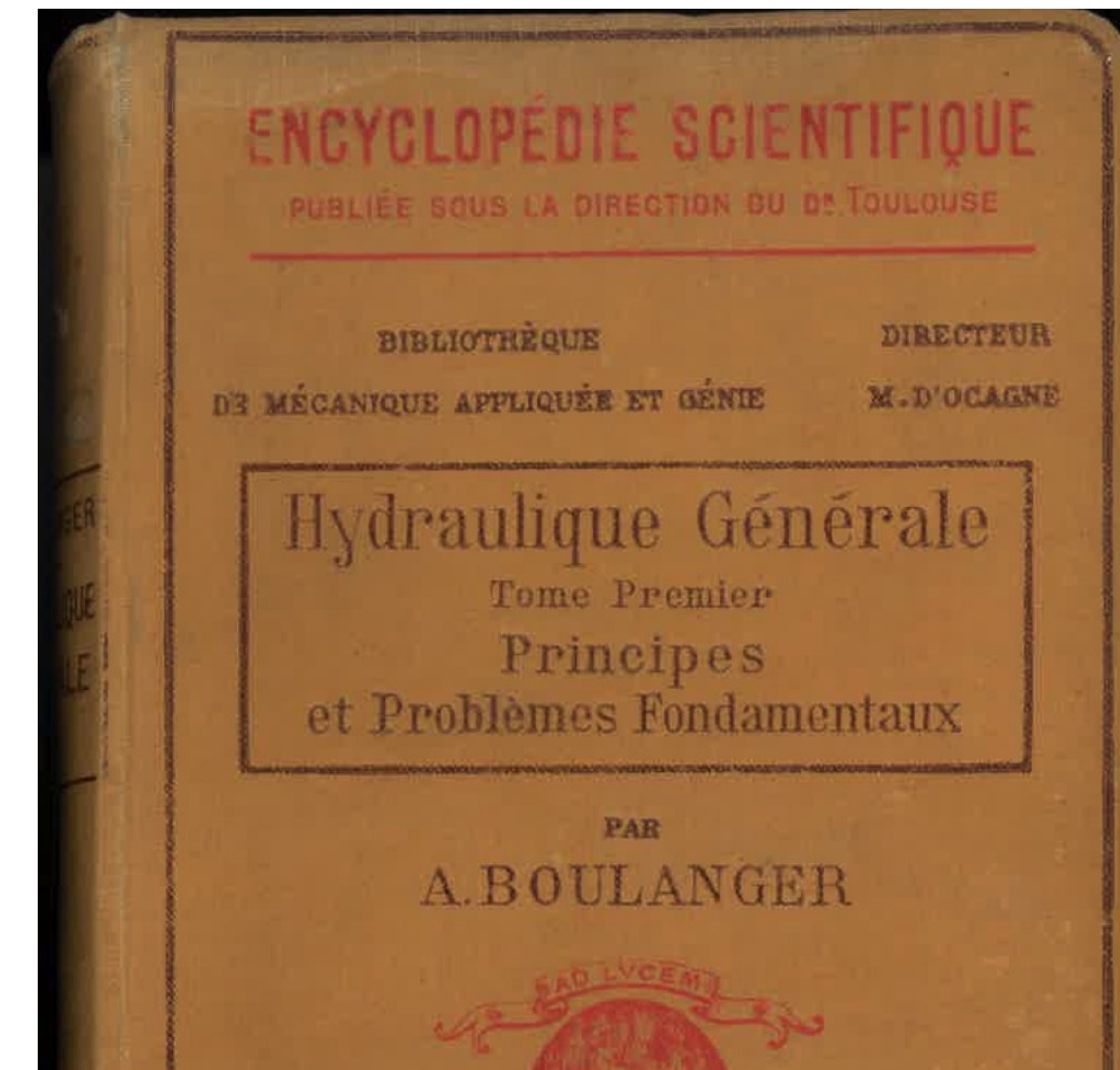
Cet article célèbre discute la stabilité d'écoulements dans l'atmosphère, et introduit pour la première fois le mot « eddy viscosity » mais n'utilise pas le mot « turbulence ».

vertical velocity in places where u' is positive. It will have obtained for eddy-viscosity is the same as that w if we had neglected variations in pressure over a horiz

Les publications de Lamb, Orr et Lanchester sont le fait de spécialistes du sujets, publiés en 1906 et 1907, et ont sans doute eu beaucoup d'influence dans la diffusion du mot “turbulence”.

Dans les articles en français

- Henri Villat: de nombreux articles en mécanique des fluides entre 1910 et 1918, mais pas d'utilisation du terme « turbulence ».
- Boussinesq, Benard: idem.
- Auguste Boulanger, *Hydraulique générale* (1909): apparemment la première utilisation en France.



Dans les articles en français

- Auguste Lafay, “Sur un procédé d’observation des trajectoires suivies par les éléments d’un courant d’air gêné par des obstacles de formes variables”
Compte Rendus de l’Académie des Sciences, 152, 318-320 (**1911**).

L’utilisation de l’italique ici montre que le terme n’est pas encore bien intégré dans le domaine scientifique en France.

le cas contraire, le jet s’étale en forme de plumeau. En égalisant les vitesses de l’acétylène et de l’air, on obtient une ligne lumineuse dont la longueur est d’autant plus grande que le vent présente un moins grand degré de *turbulence*. Avec un courant d’air parfaitement régulier, on pourrait

- Auguste Lafay, “Sur l’utilisation du procédé d’exploration à l’acétylène pour la mesure de la vitesse du vent et l’étude du champ aérodynamique”
Compte Rendus de l’Académie des Sciences, 152, 694-696 (**1911**)

Ici le mot turbulence et courant turbulent sont faits sans italique.

SÉANCE DU 13 MARS 1911. 695

devait s’y attendre en raison de la turbulence du courant, la vitesse n’est pas constante, mais oscille autour d’une valeur moyenne. Par exemple la pression indiquée par le tube de Pitot étant de 5^{mm}, on a observé des distances qui donnaient, dans l’ordre même de leur succession, les vitesses suivantes :

Dans les articles en français - années 1920s


- C. Camichel et M. Ricaud, “Sur les régimes hydrauliques”
Compte Rendus de l'Académie des Sciences (**1923**)
« régime turbulent » (p. 1266)
- Charles Nordmann, “La « turbulence » du vent et du vol des oiseaux voiliers”
Compte Rendus de l'Académie des Sciences, 177, 944-947 (**1923**)
- L. Escande et M. Ricaud, “Sur quelques procédés de mesure des vitesses en hydraulique”
Compte Rendus de l'Académie des Sciences 1590-1591 (**1924**)
« régime turbulent »
- Marcel Brillouin, “Tenseur d'agitation moyenne. Conductibilité et dissipation de l'énergie d'agitation”
Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 1257-1262 (**1924**)
« Je n'ai pas employé le mot « turbulence »
- C. Camichel, L. Escande, M. Ricaud, “Sur la viscosité de la turbulence”
Compte Rendus de l'Académie des Sciences 881-883 (**1926**)

Conclusions

- Discussion des sources Boussinesq et Reynolds sur la modélisation de la turbulence
- Etude de l'introduction du mot « turbulence » dans la littérature.
- Après 1883 un nouveau domaine a été exploré; Thomson/Kelvin a proposé un nom en 1887, qui n'a pas été utilisé par les spécialistes du domaine.
- Utilisé entre 1889 et 1903 par des chercheurs mineurs du domaine.
- Changement en **1906-1907**. Une nouvelle génération: Lamb édition de 1906, livre de Lanchester en 1907, et Lorentz (1906), Orr (1907), Sommerfeld (1908) et Hopf (1910) en Allemagne.
- Diffusion avant la Première Guerre mondiale en Allemagne, et en France de façon limitée. Utilisation générale du termes dans les années **1920s**.

Deux publications sur le sujet dans C.R. Mécanique

Available online at www.sciencedirect.com



ScienceDirect

C. R. Mécanique 335 (2007) 617–627

<http://france.elsevier.com/direct/CRAS2B/>

COMPTES RENDUS
MECANIQUE

Unsteady flows, turbulent flows

About Boussinesq's turbulent viscosity hypothesis:
historical remarks and a direct evaluation of its validity


François G. Schmitt

CNRS, FRE 2816 ELICO, Wimereux Marine Station, Université des sciences et technologies de Lille – Lille 1,
28, avenue Foch, 62930 Wimereux, France

C. R. Mécanique, 2007


C. R. Mécanique 345 (2017) 620–626

Contents lists available at [ScienceDirect](http://www.sciencedirect.com)



ELSEVIER


www.sciencedirect.com



Comptes Rendus Mécanique

A century of fluid mechanics: 1870–1970 / Un siècle de mécanique des fluides : 1870–1970

Turbulence from 1870 to 1920: The birth of a noun and of a concept



CrossMark

La turbulence de 1870 à 1920 : la naissance d'un nom et d'un concept

François G. Schmitt

UMR LOG 8187, CNRS, Université de Lille, Université du Littoral Côte d'Opale, 28, av. Foch, 62930 Wimereux, France

A R T I C L E I N F O

Article history:
Received 15 November 2016
Accepted 21 March 2017
Available online 29 June 2017

Keywords:
Fluid mechanics
Turbulence
History of fluid mechanics

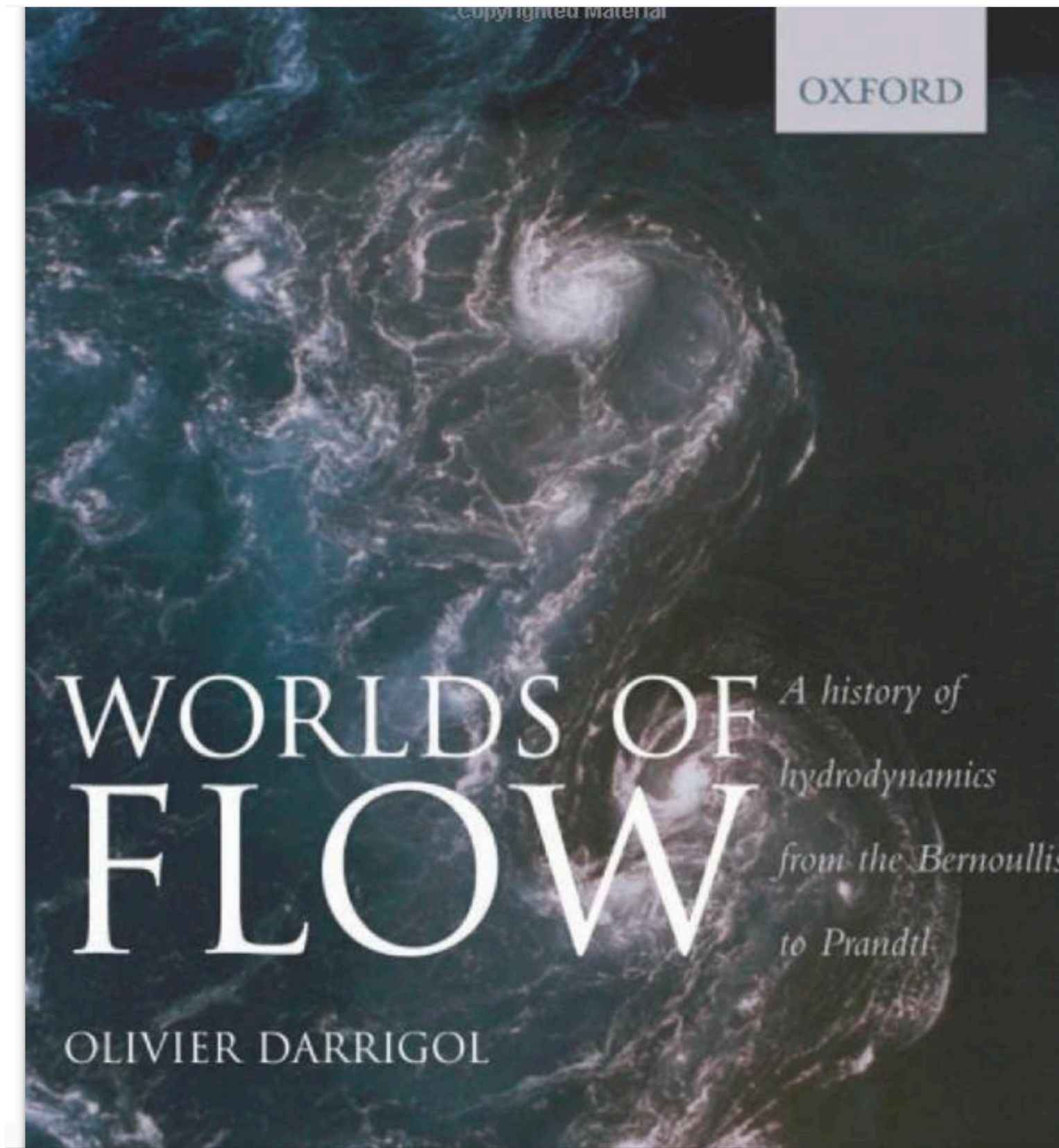
Mots-clés :
Mécanique des fluides

A B S T R A C T

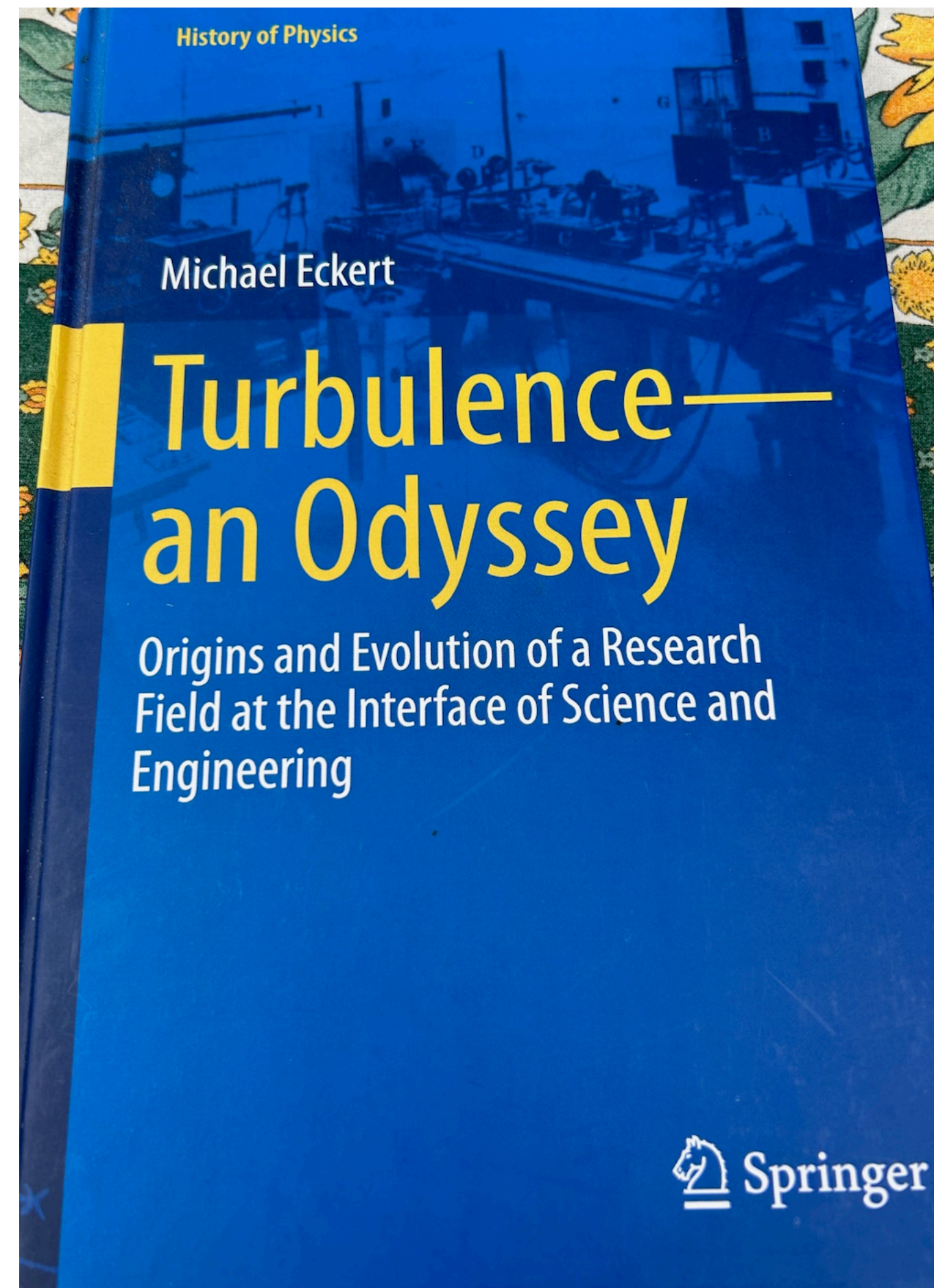
We consider here the works of French, British, and German researchers in fluid mechanics from 1870 to the beginning of the twentieth century. Our aim is to understand how the term “turbulence” introduced by William Thomson in 1887, which was not used by the main researchers of the time, including Joseph Boussinesq, Osborne Reynolds, Lord Rayleigh, Horace Lamb in the first editions of his book, became classical in the 1920s. We trace the first introductions of the terms “turbulence”, “turbulent flow” in the works of relatively unknown researchers between 1889 and 1903, until it reaches the vocabulary of mainstream researchers in fluid mechanics and physics. Our result is that the shift was in 1906–1908, when the term was used in the 1906 edition of the book of Horace Lamb, and in Lanchester's book, followed by a series of papers of German researchers before the First World War.

C. R. Mécanique, 2017

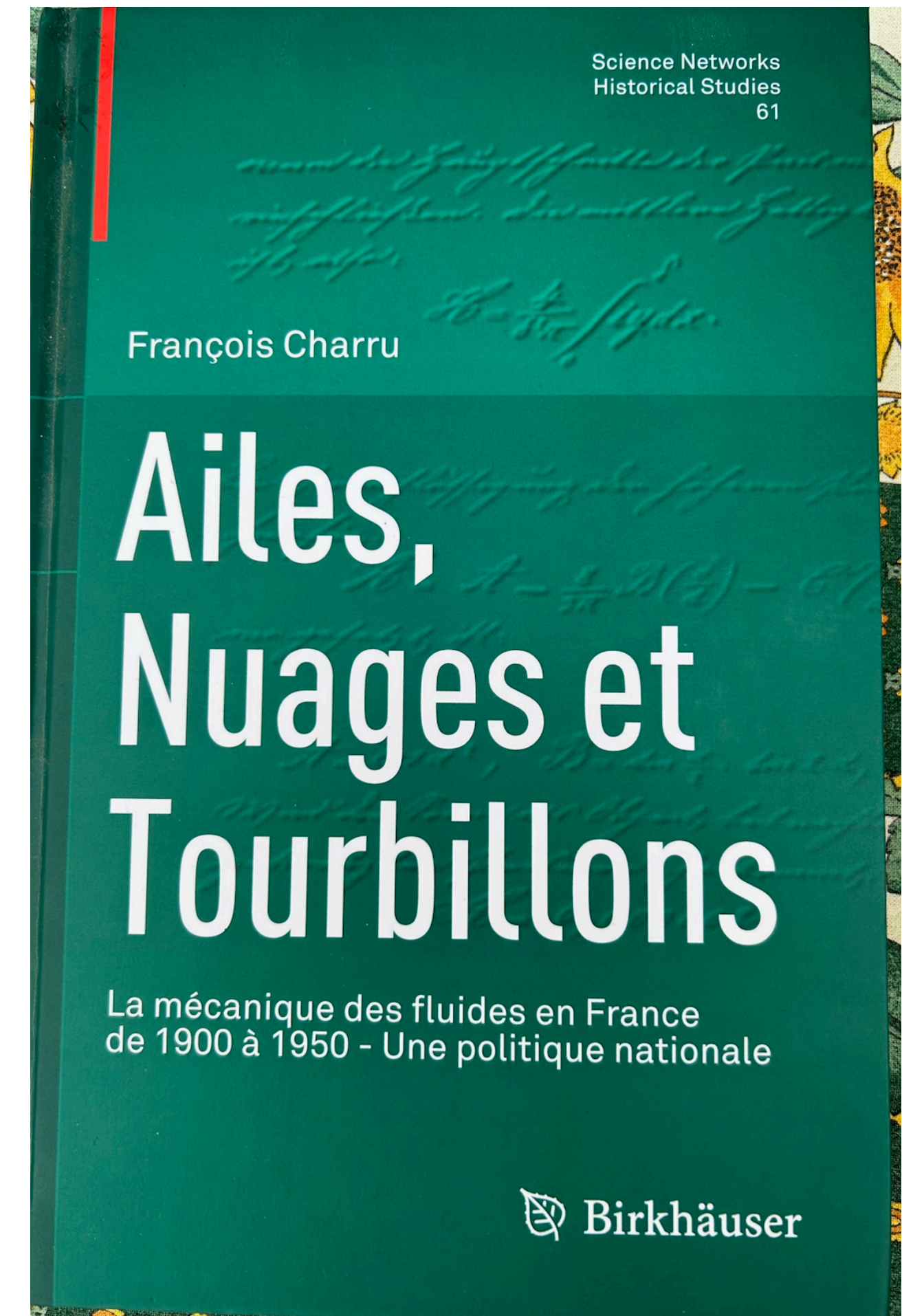
Autres sources utiles



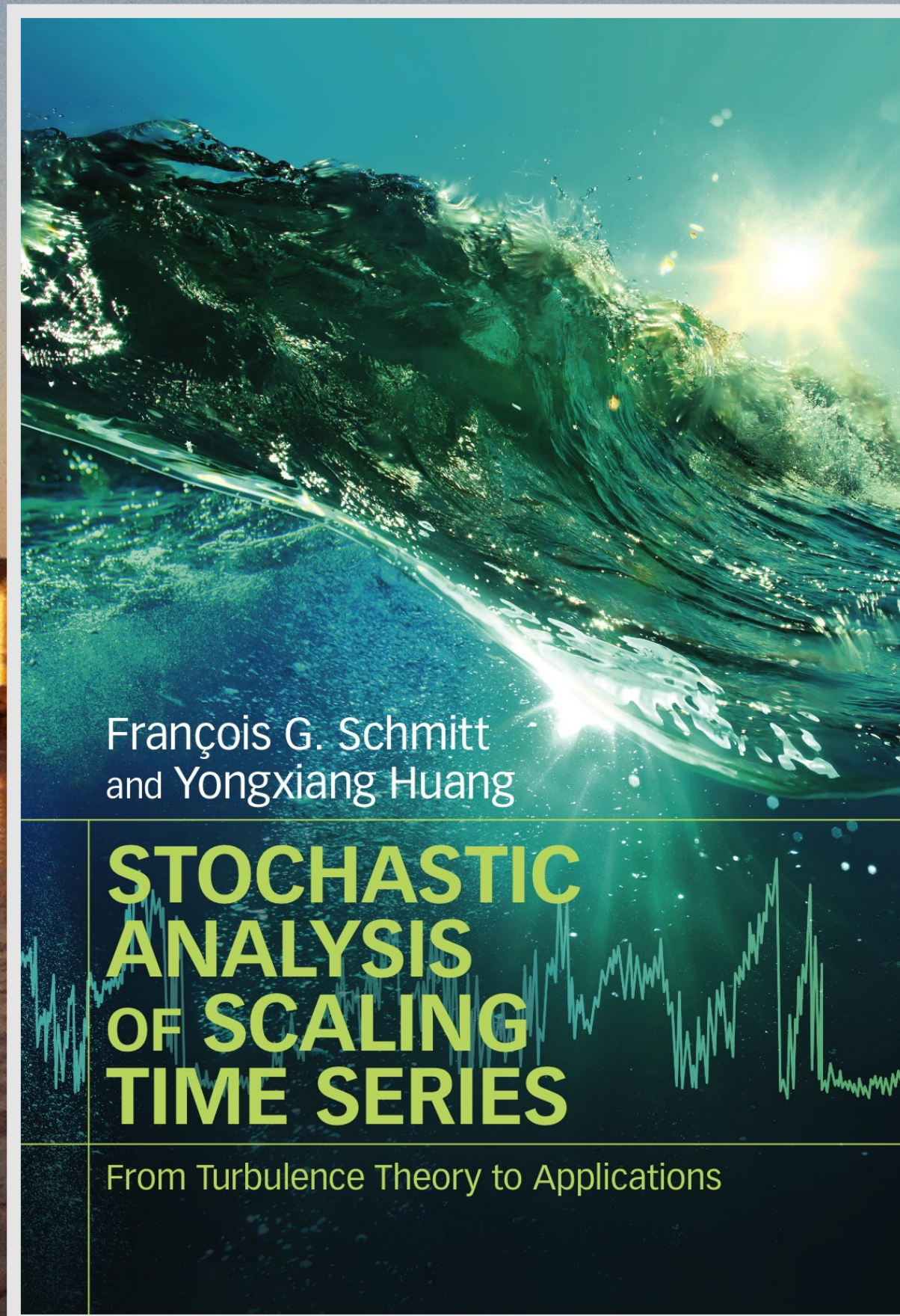
Olivier Darrigol, 2005



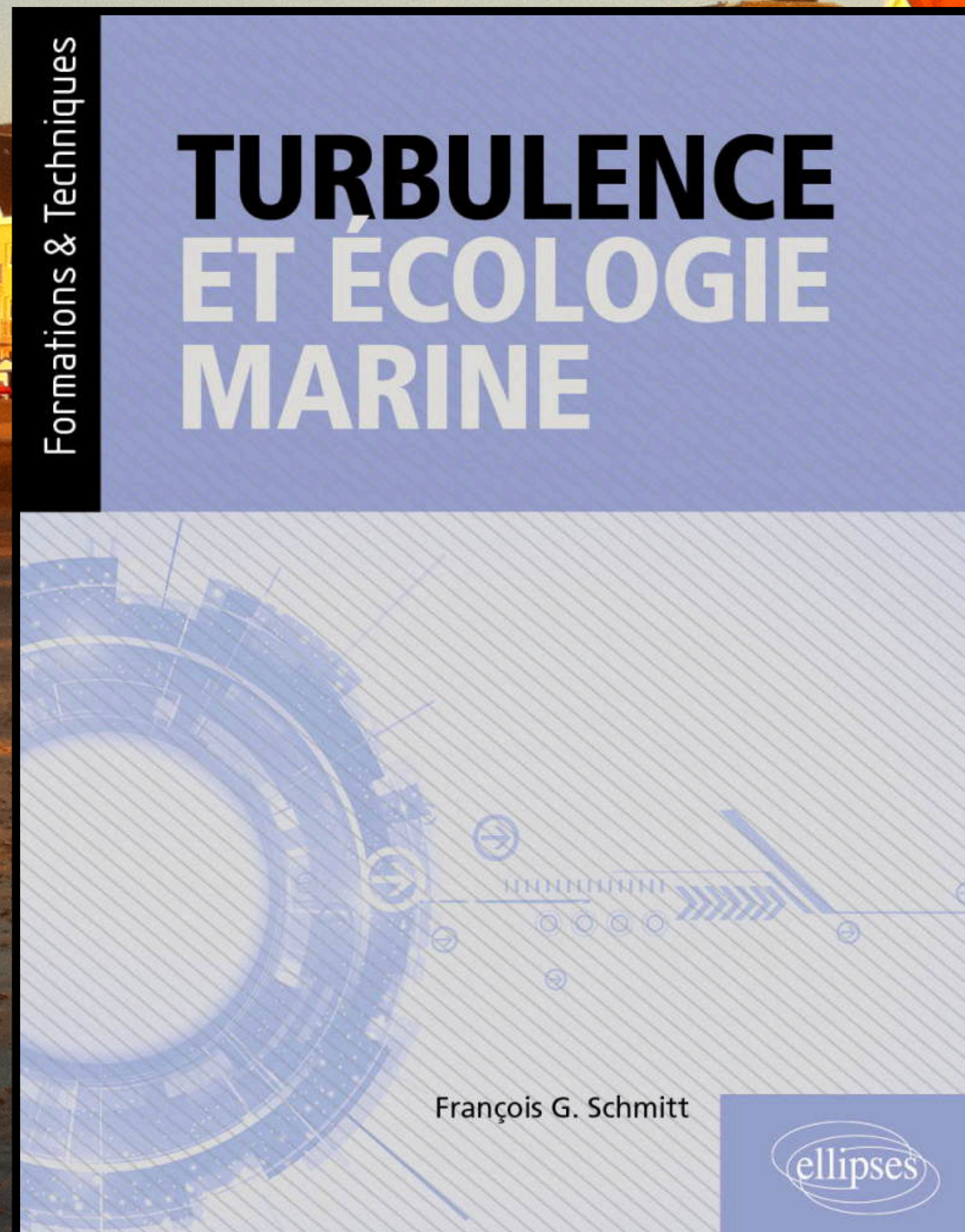
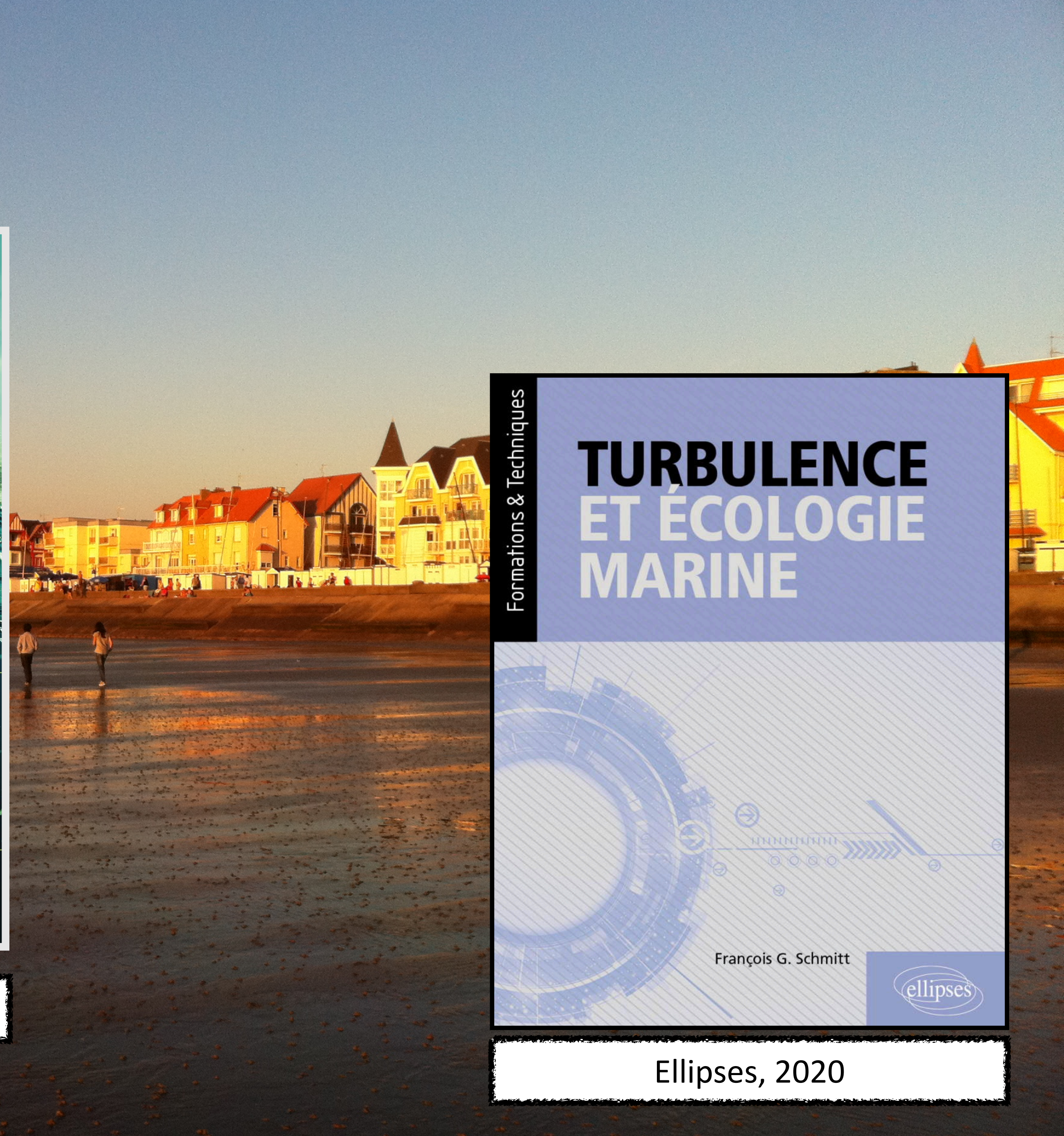
Michael Eckert, 2022



François Charru, 2021



Cambridge University Press, 2016



Ellipses, 2020