



Assemblée Générale de Pôle Physique des Accélérateur 2023

Limitations de performances dues aux interactions faisceau-faisceau et aux champs de sillage dans les collisionneurs de leptons à haute énergie.

Roxana SOOS

Sous la supervision de Dr. Aurélien MARTENS, Dr. Angeles FAUS-GOLFE et Dr. Xavier BUFFAT

21 décembre 2023

SOMMAIRE

Limitations de performance dues aux interactions faisceau-faisceau et aux champs de sillage dans les collisionneurs de leptons à haute énergie.

Introduction

Contexte scientifique

Model des matrices circulantes

Xsuite

Deux codes complémentaires

Simulations faisceau-faisceau

Etudes comparatives

Comparaison Xsuite et CMM

Simulations des champs de sillages

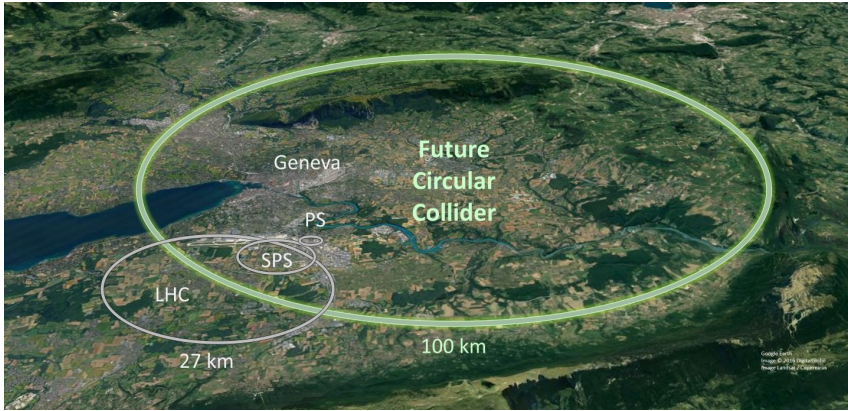
Etudes comparatives

Comparaison Xsuite et CMM

Conclusion

Introduction

Contexte scientifique



Vue artistique du FCC et des éléments du complexe d'accélérateur

FCC-ee: Futur Circular Collider, collisionneur à leptons

Plus grand collisionneur électron positron: $\sim 100\text{km}$

Très grande luminosité: $230 \cdot 10^{34} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ (SuperKEKB: $2.22 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$)

Très grande énergie: 45.6 – 182.5 GeV (SuperKEKB: 4 - 7 GeV)

→ Construire une « usine à Higgs » (Higgs Factory)

❖ Force faisceau-faisceau fortes

- ❖ Faisceaux plats (vertical)
- ❖ Angle de croisement (longitudinal)

❖ Champs de sillages forts

❖ Dominé par les radiations

- ❖ Radiation synchrotron (100MW)
- ❖ Beamstrahlung

→ Beaucoup d'instabilités majoritairement étudiées séparément.

Introduction

Contexte scientifique

Contexte: L'interaction entre les champs de sillages et les interaction faisceau-faisceau suscite un intérêt scientifique croissant. Surtout pour la construction de nouveaux collisionneurs de particules. [1]
CMM et Xsuite ont donné des résultats cohérents lors des mesures sur le LHC et le VEPP [2], [3]

But: Tester et comprendre les indépendamment pour les champs de sillages et les interactions faisceau faisceau



Prochaine étape: Etudier, à l'aide de Xsuite et CMM l'interaction entre les deux effets.

[1] Y. Zhang, et al., *Phys. Rev. Accel. Beams* 26, 064401 (2023)

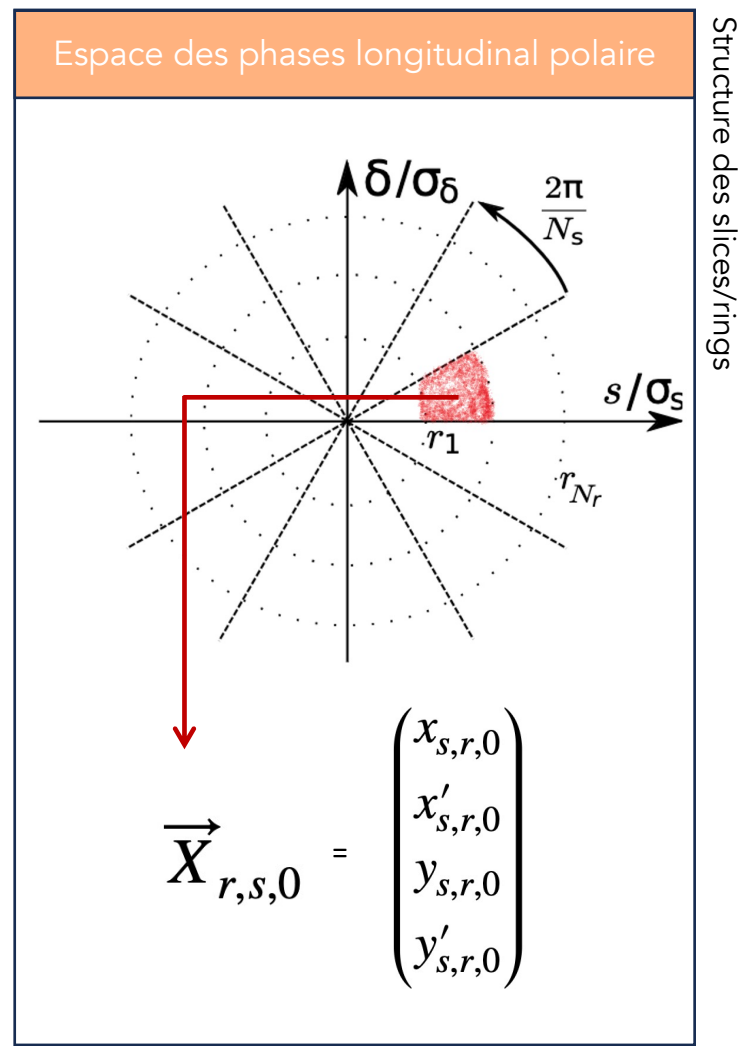
[2] S. White, et al., *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 17, 041002 (2014)

[3] E. A. Perevedentsev and A. A. Valishev, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 4, 024403 (2001)

Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

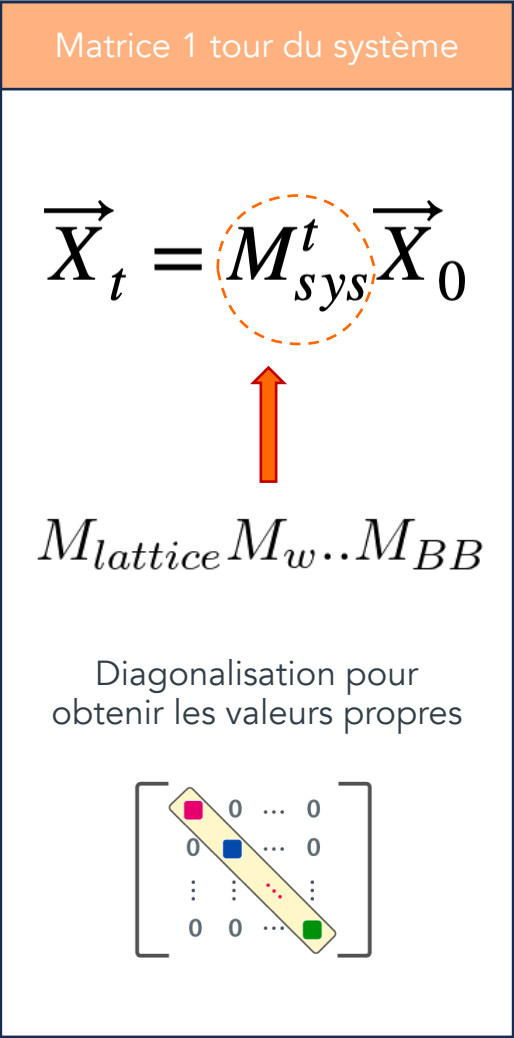
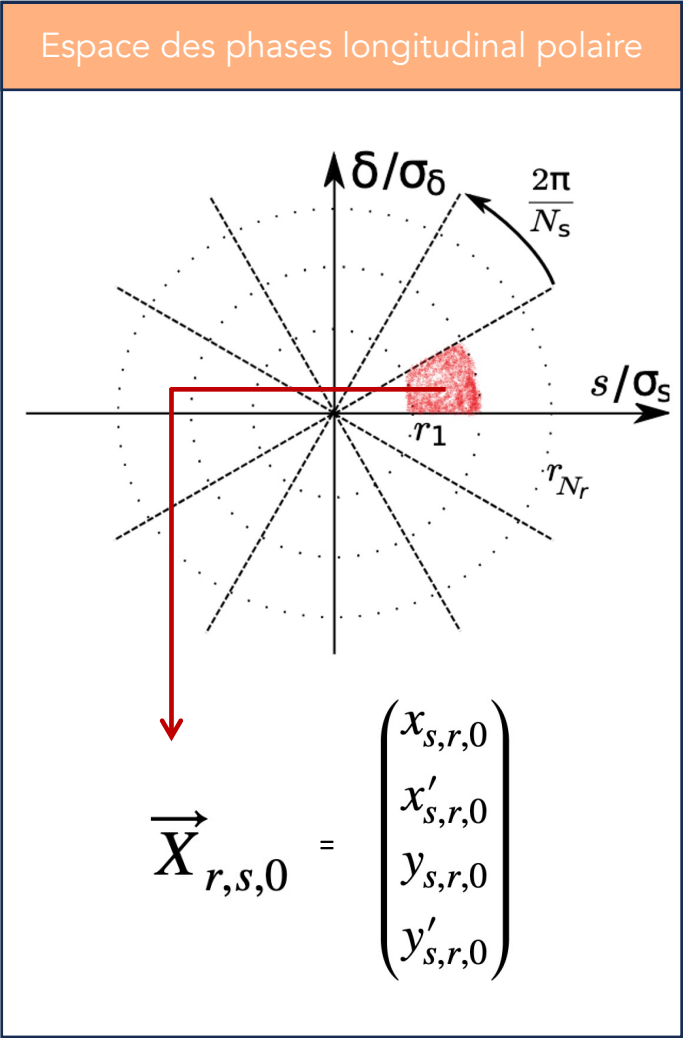
Utiliser l'algèbre linéaire sur une matrice 1 tour, représentant un système, appliquée à l'espace des phases longitudinal discrétisé



Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Utiliser l’algèbre linéaire sur une matrice 1 tour, représentant un système, appliquée à l’espace des phases longitudinal discrétisé

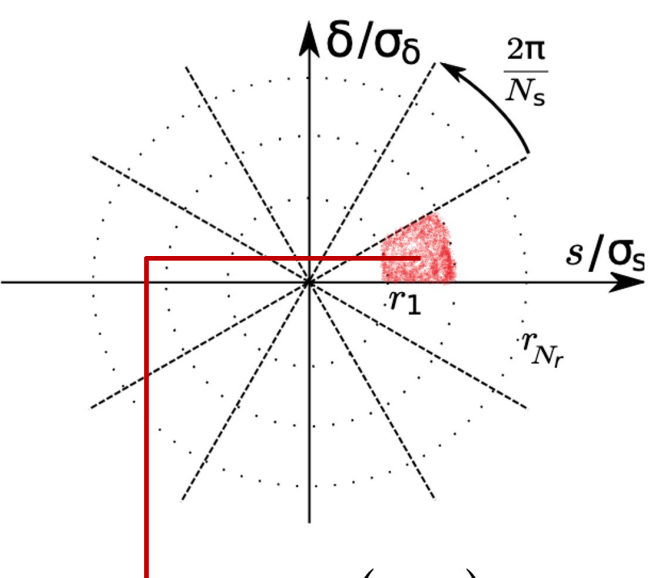


Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Utiliser l’algèbre linéaire sur une matrice 1 tour, représentant un système, appliquée à l’espace des phases longitudinal discrétisé

Espace des phases longitudinal polaire

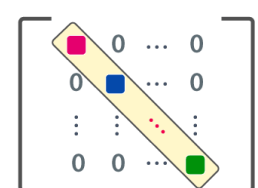

$$\vec{X}_{r,s,0} = \begin{pmatrix} x_{s,r,0} \\ x'_{s,r,0} \\ y_{s,r,0} \\ y'_{s,r,0} \end{pmatrix}$$

Matrice 1 tour du système

$$\vec{X}_t = M_{sys}^t \vec{X}_0$$

$M_{lattice} M_w \dots M_{BB}$

Diagonalisation pour obtenir les valeurs propres



Matrice de rotation / matrice circulante

Force faisceau faisceau transverse cohérente linéarisée
(Formule de Bassetti - Erskine)

$$M_{BB,0} = \begin{pmatrix} \text{Faisceau 2} \\ \text{Faisceau 1} \end{pmatrix}$$

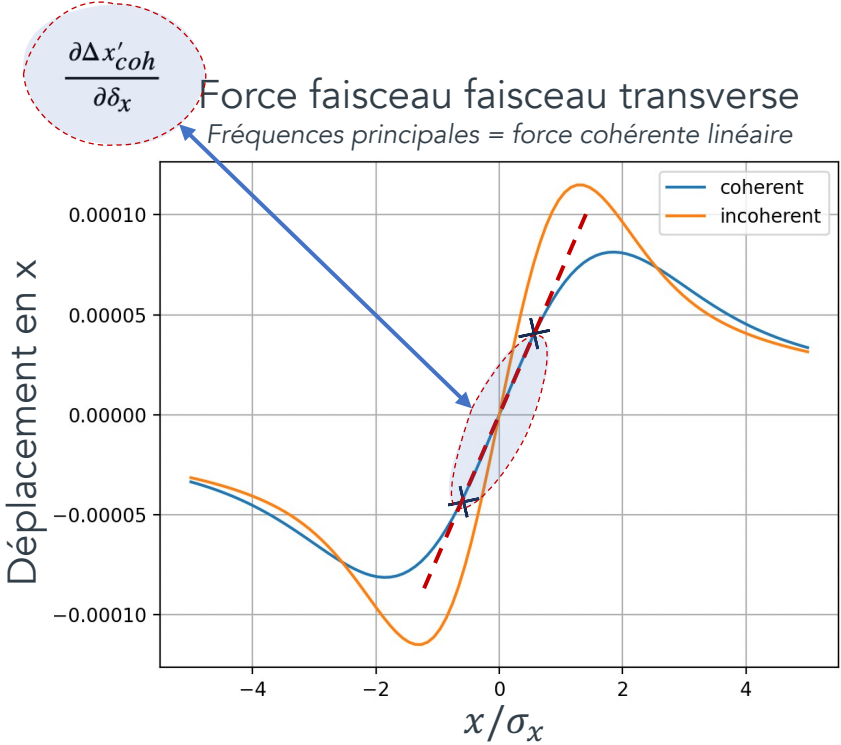
Element exemple de la matrice

Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Utiliser l’algèbre linéaire sur une matrice 1 tour, représentant un système, appliquée à l’espace des phases longitudinal discrétisé

Force faisceau faisceau transverse cohérente linéarisée
(Formule de Bassetti - Erskine)

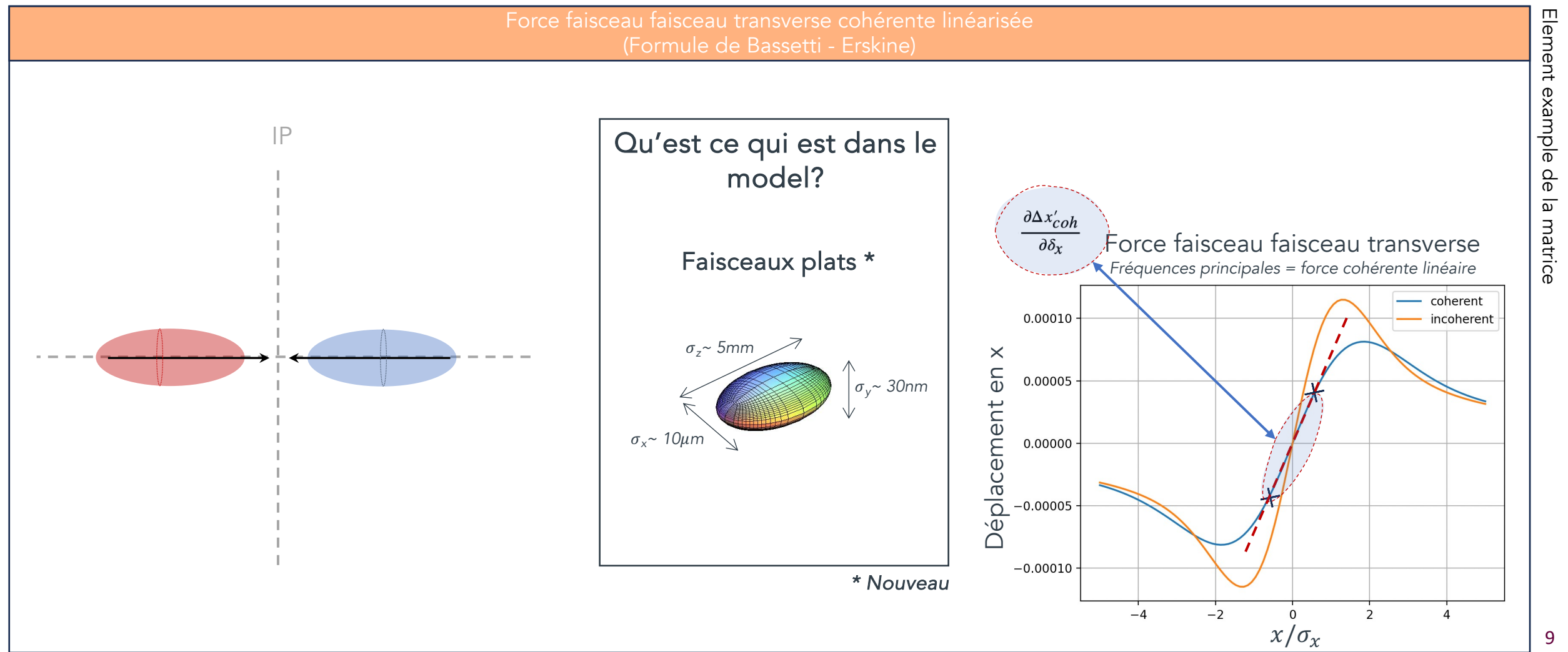


Element exemple de la matrice

Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Utiliser l’algèbre linéaire sur une matrice 1 tour, représentant un système, appliquée à l’espace des phases longitudinal discrétisé

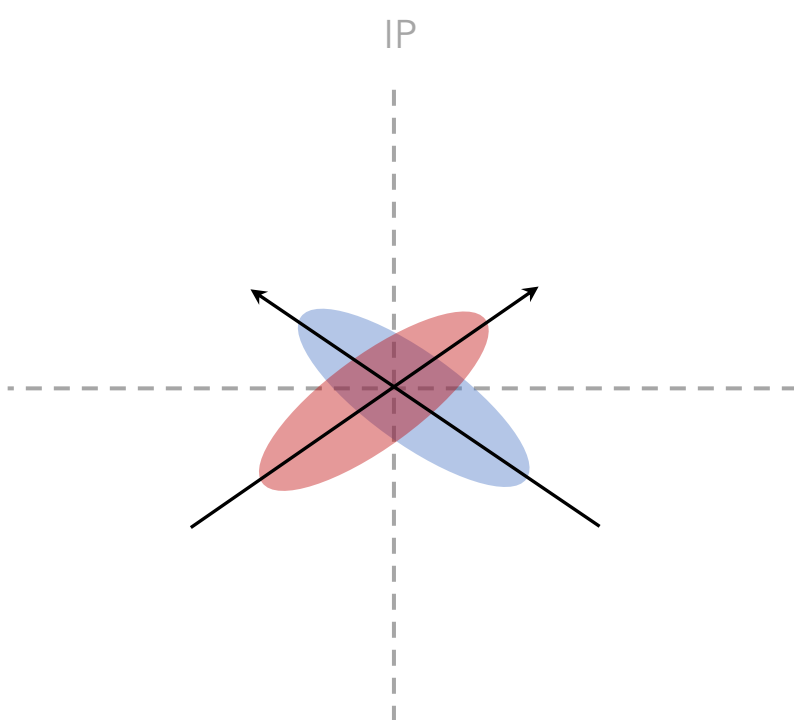


Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Utiliser l’algèbre linéaire sur une matrice 1 tour, représentant un système, appliquée à l’espace des phases longitudinal discrétisé

Force faisceau faisceau transverse cohérente linéarisée
(Formule de Bassetti - Erskine)



Qu’est ce qui est dans le model?

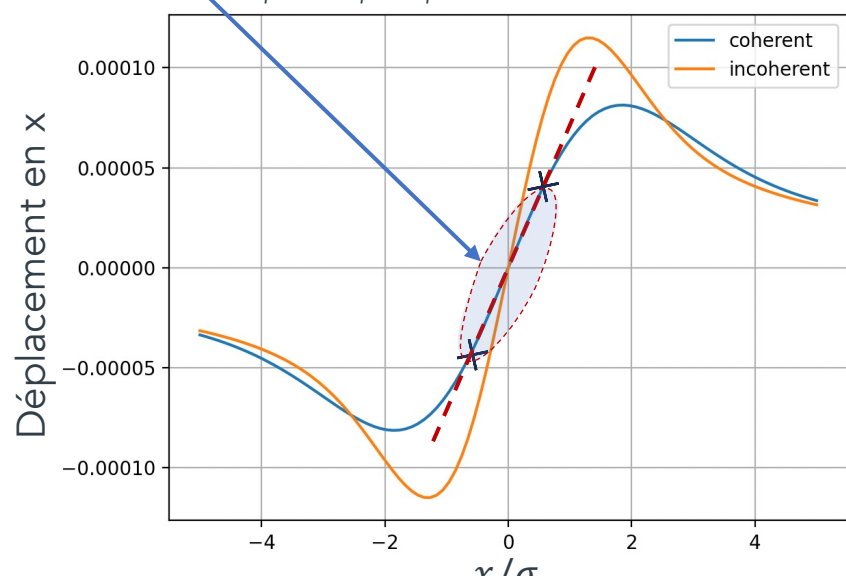
Faisceaux plats *

Angle de croisement

* Nouveau

$\frac{\partial \Delta x'_{coh}}{\partial \delta_x}$

Force faisceau faisceau transverse
Fréquences principales = force cohérente linéaire



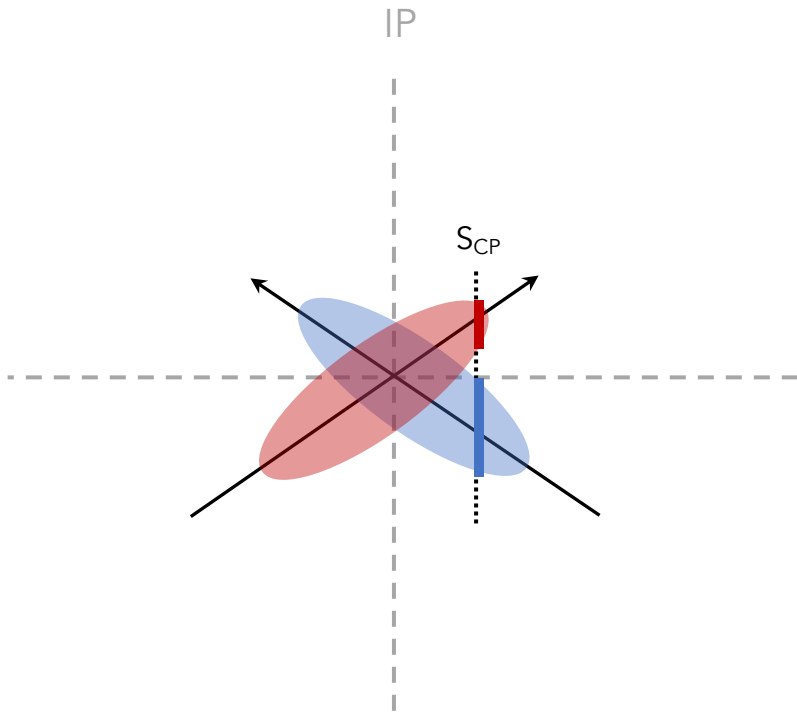
Élément exemple de la matrice

Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Utiliser l'algèbre linéaire sur une matrice 1 tour, représentant un système, appliquée à l'espace des phases longitudinal discrétisé

Force faisceau faisceau transverse cohérente linéarisée
(Formule de Bassetti - Erskine)



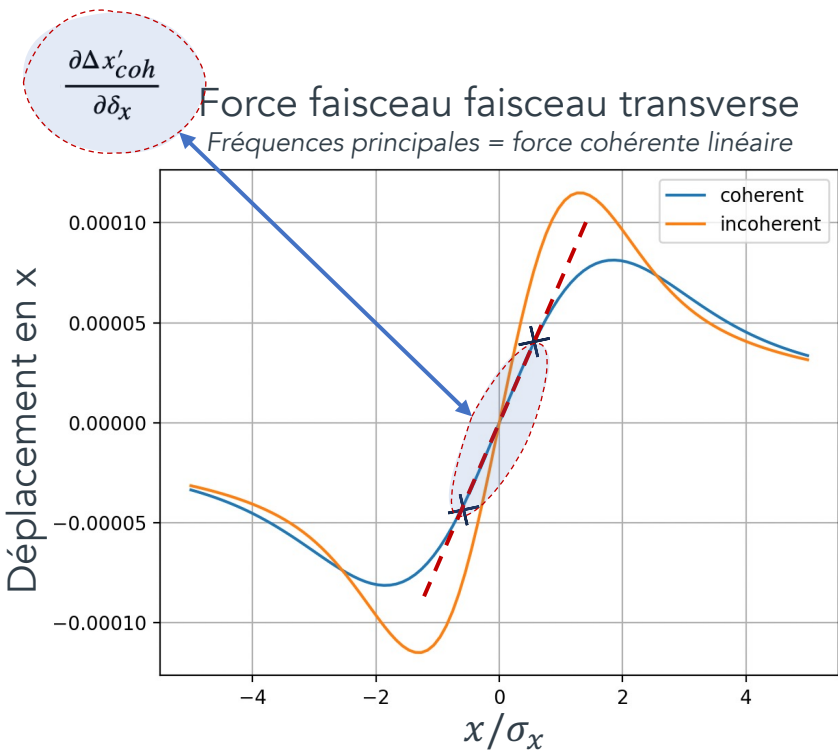
Qu'est ce qui est dans le
model?

Faisceaux plats *

Angle de croisement

Drifts

* Nouveau



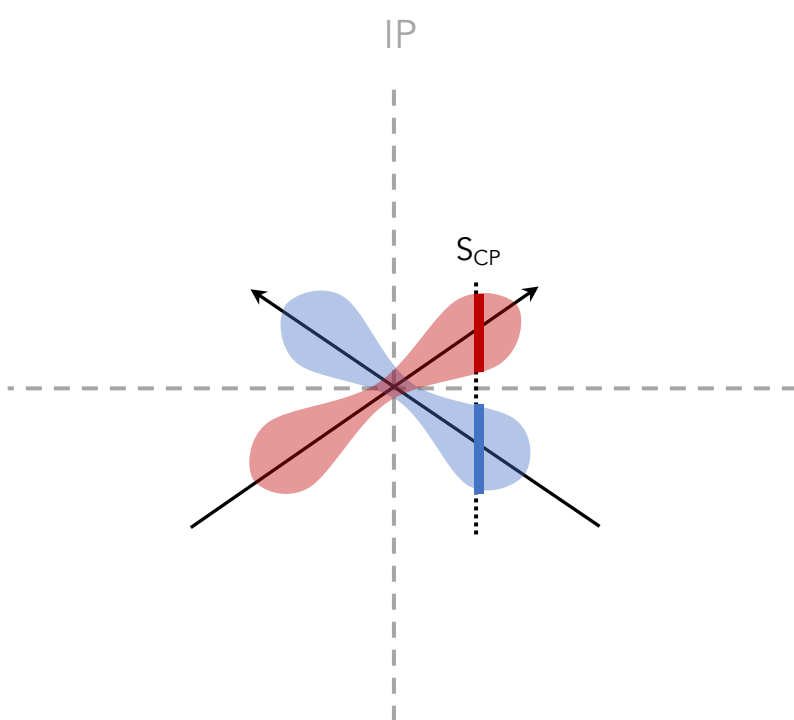
Element exemple de la matrice

Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Utiliser l’algèbre linéaire sur une matrice 1 tour, représentant un système, appliquée à l’espace des phases longitudinal discrétisé

Force faisceau faisceau transverse cohérente linéarisée
(Formule de Bassetti - Erskine)



Qu’est ce qui est dans le model?

Faisceaux plats *

Angle de croisement

Drifts

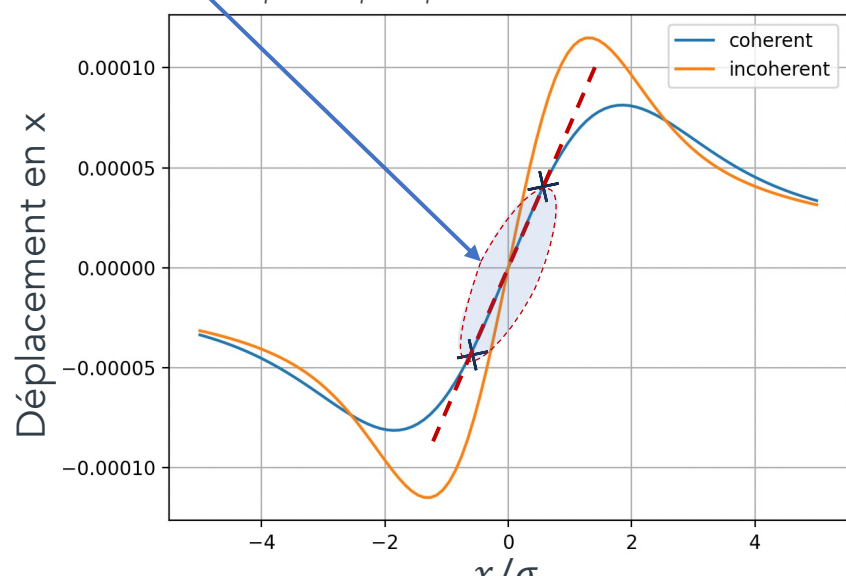
Effet « hourglass »

* Nouveau

$\frac{\partial \Delta x'_{coh}}{\partial \delta_x}$

Force faisceau faisceau transverse

Fréquences principales = force cohérente linéaire



Element exemple de la matrice

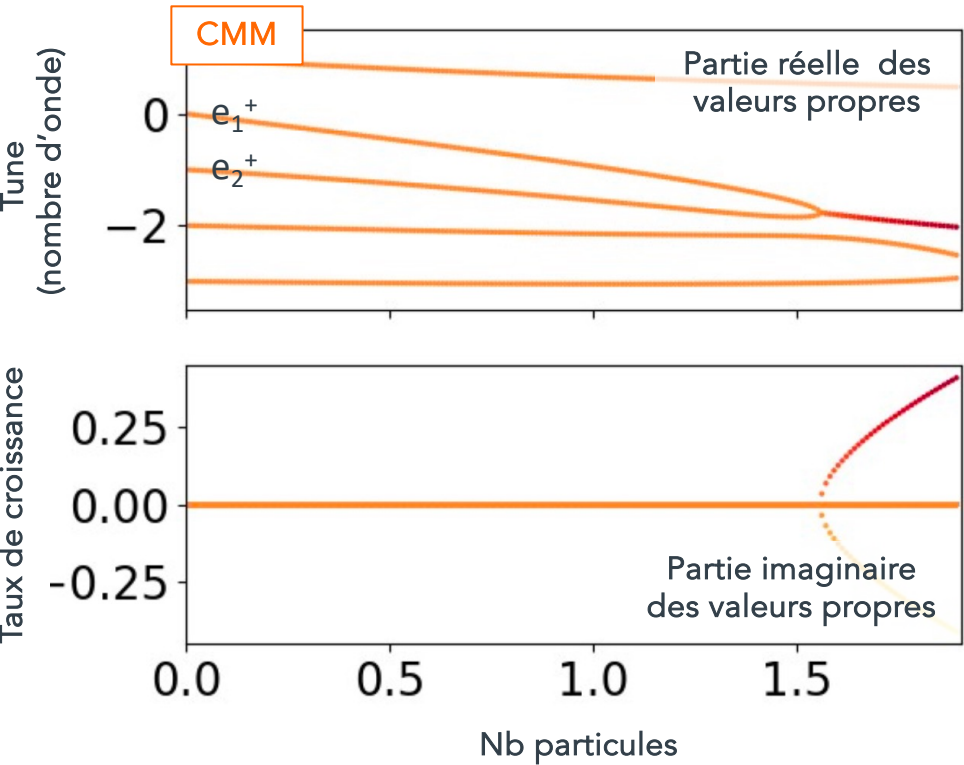
12

Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Exemple d'instabilité observée avec le CMM

Une instabilité peut mener à une perte du faisceau, et est responsable des limitations de performances dans les accélérateurs.

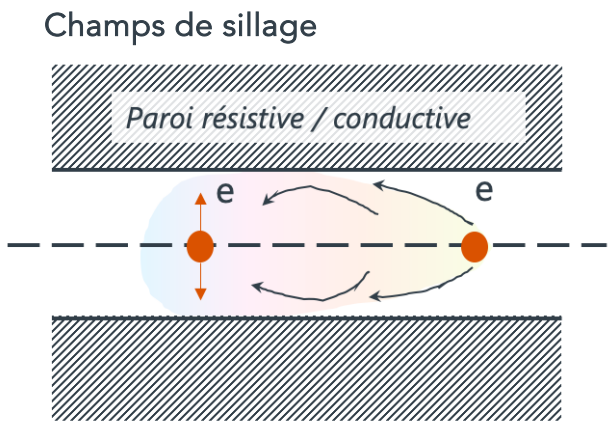
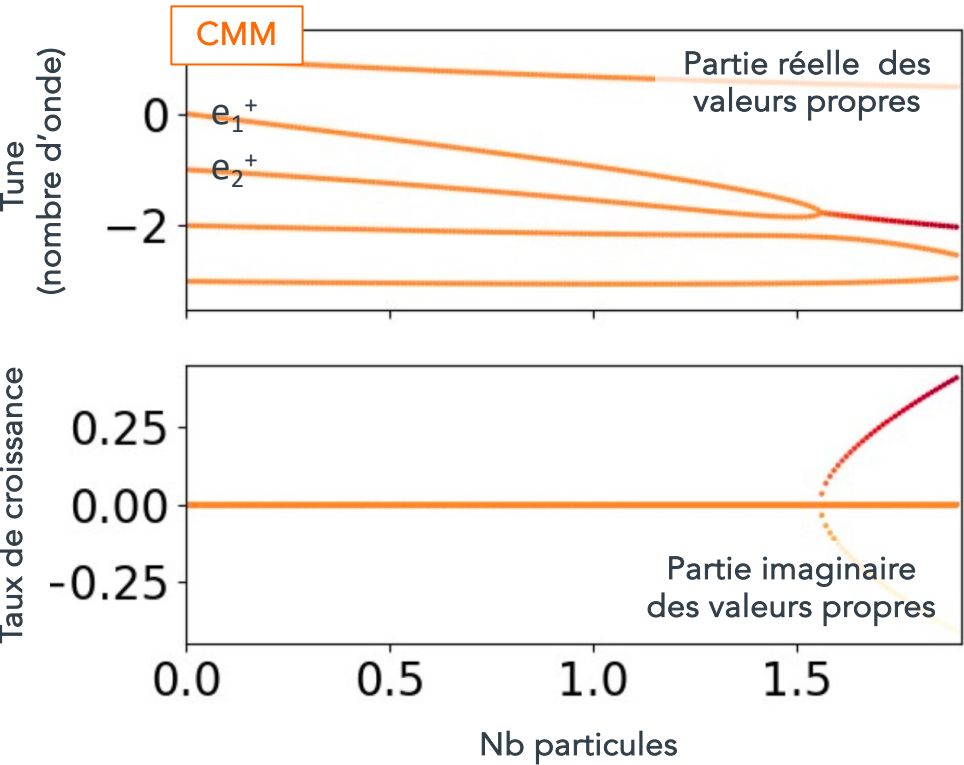


Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Exemple d'instabilité observée avec le CMM

Une instabilité peut mener à une perte du faisceau, et est responsable des limitations de performances dans les accélérateurs.

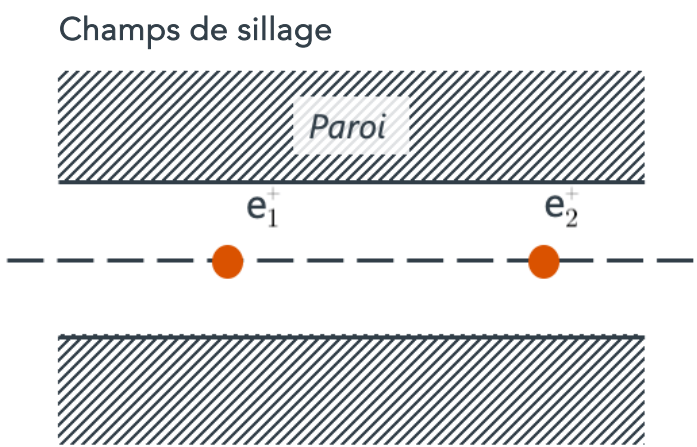
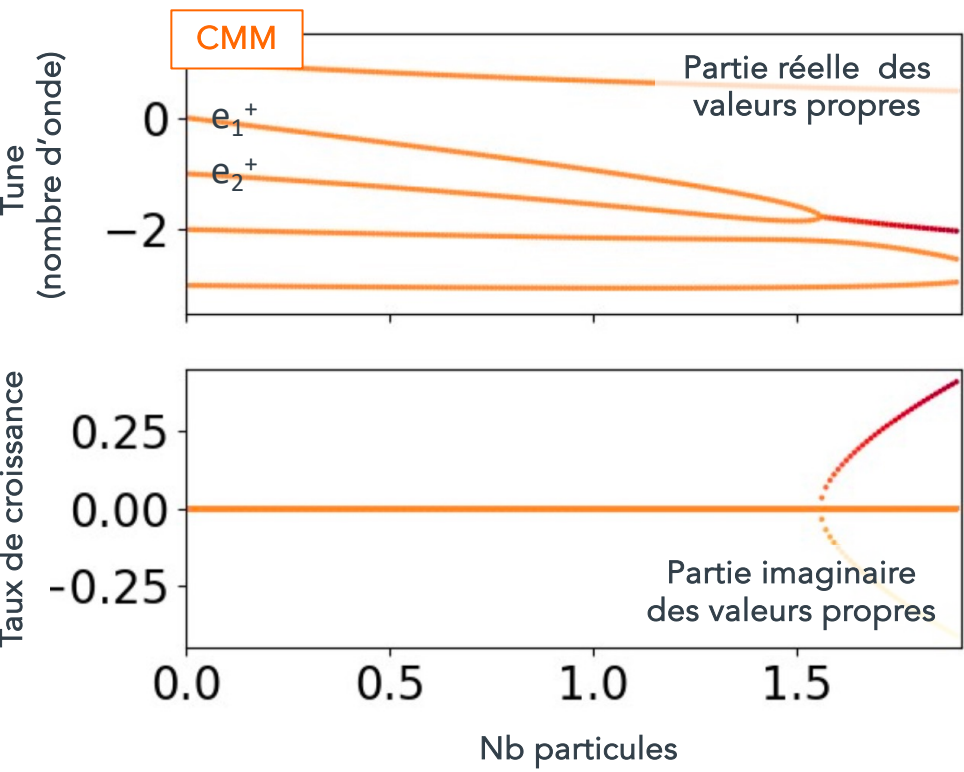


Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Exemple d'instabilité observée avec le CMM

Une instabilité peut mener à une perte du faisceau, et est responsable des limitations de performances dans les accélérateurs.

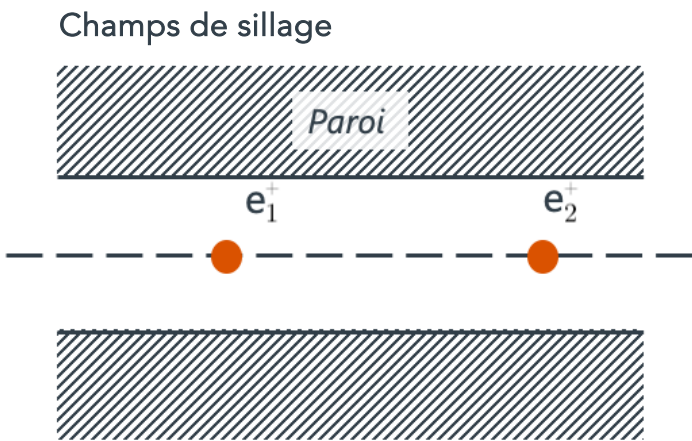
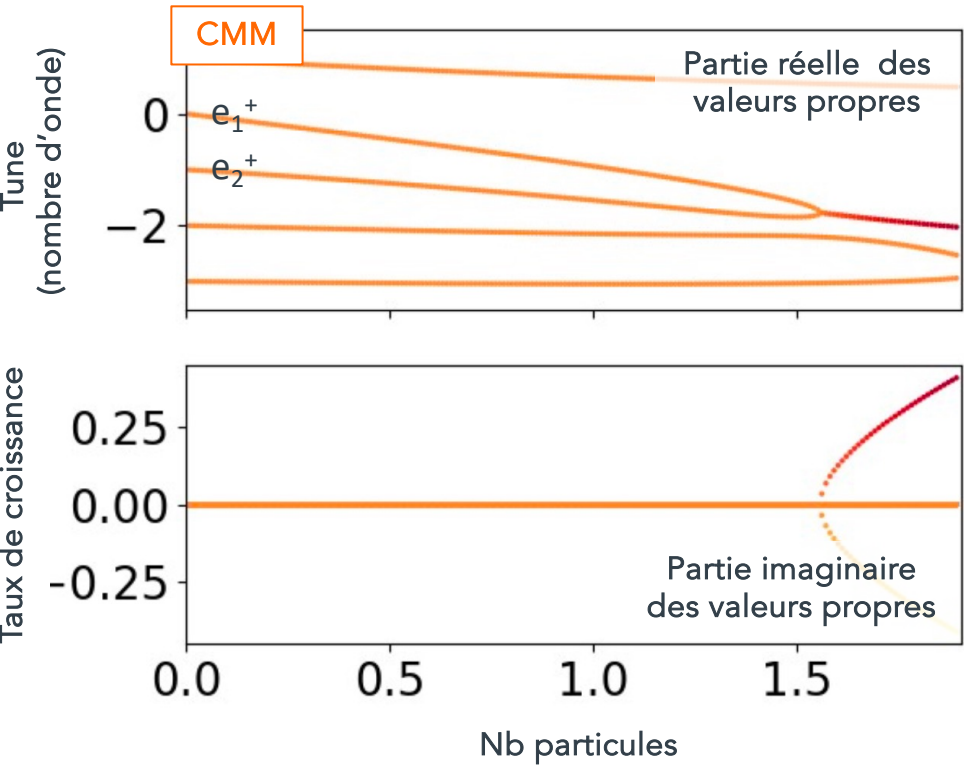


Introduction

Model des Matrices Circulantes (CMM)

Exemple d'instabilité observée avec le CMM

Une instabilité peut mener à une perte du faisceau, et est responsable des limitations de performances dans les accélérateurs.



Eléments affectant la dynamique collective des particules:

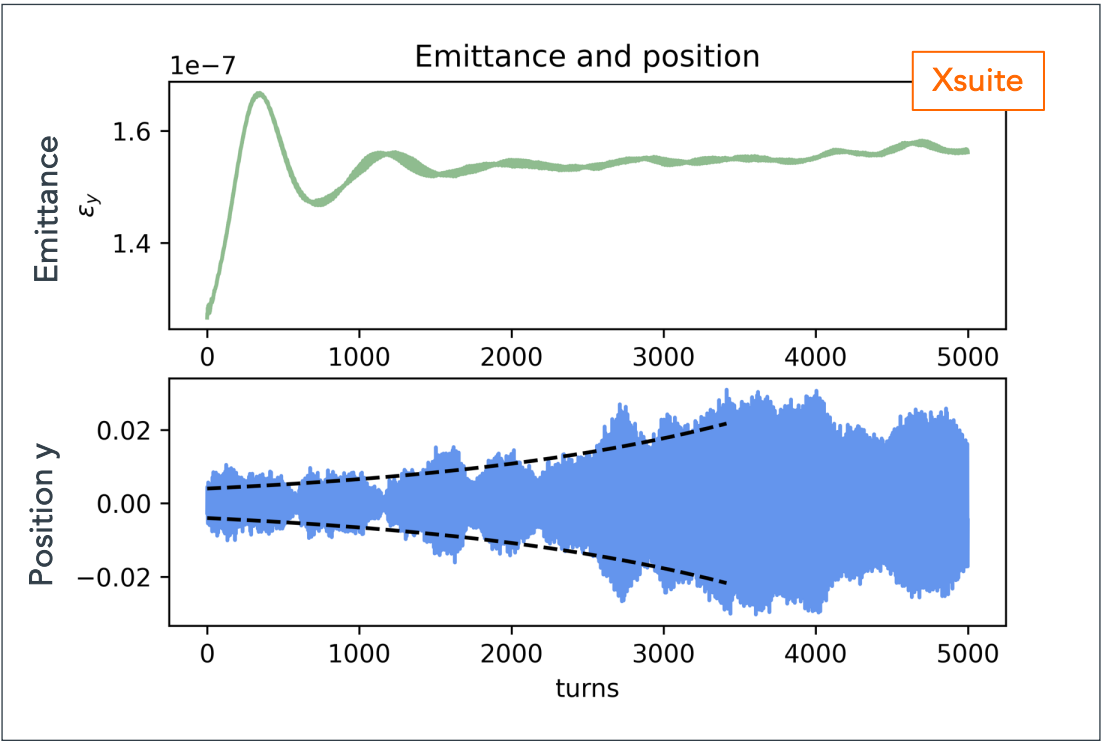
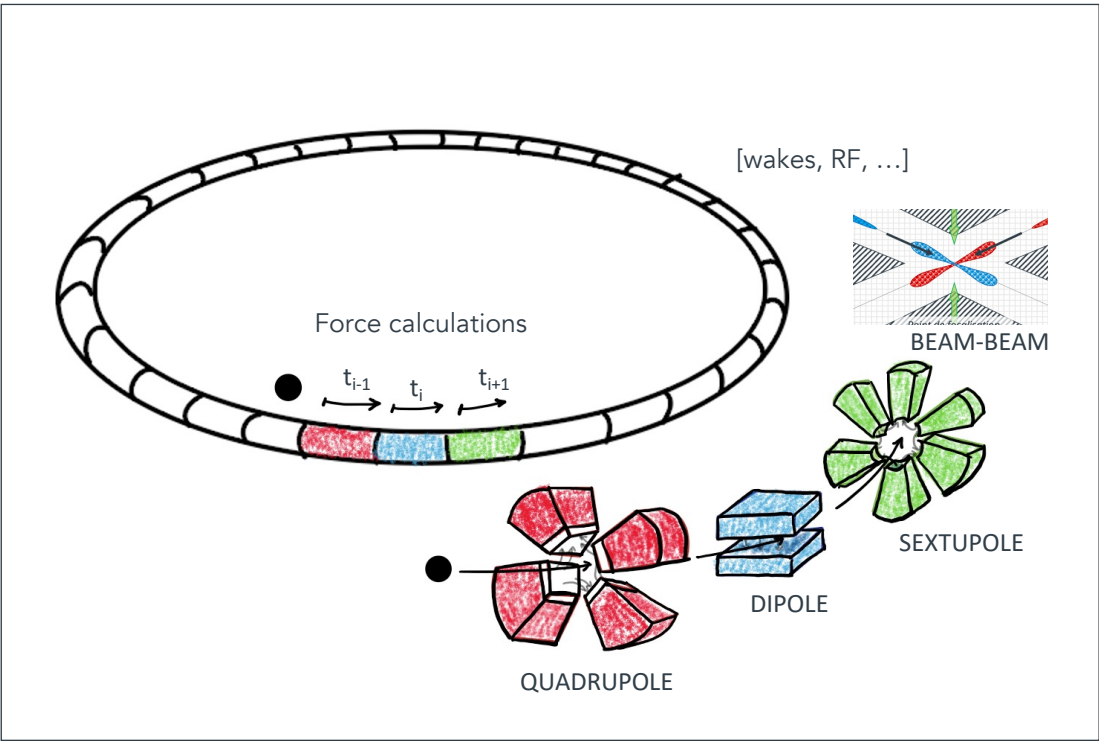
- ❖ Paroi et éléments de l'accélérateur, champs de sillages
- ❖ Interactions faisceau faisceau
- ❖ Boucle de rétroaction
- ❖ [...]

Introduction

Xsuite

Tracking:

Permet de suivre les particules point par point dans le temps en recalculant les forces dans différents éléments.



Résultat: Paramètres du faisceau après plusieurs tours

Introduction

Deux codes complémentaires

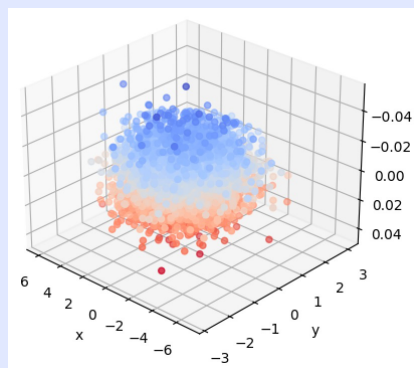
Xsuite

Sorties:

Paramètres tour par tour des particules du faisceau

Avantages:

Model non linéaire,
plus proche de la
réalité



Inconvénients:

Difficile à extraire certaines données
(Complexité), Lent

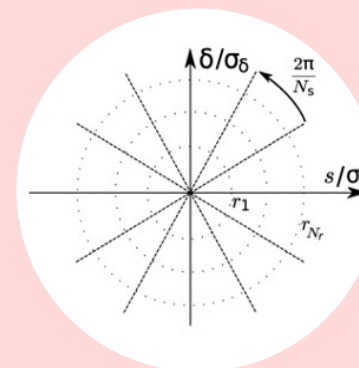
Etude des
interactions
faisceau
faisceau
ET
des champs
de sillages

CMM

Circulant Matrix Model

Sorties:

valeurs propres \Leftrightarrow Nombres d'onde
(tunes) et temps de montées



Avantages:

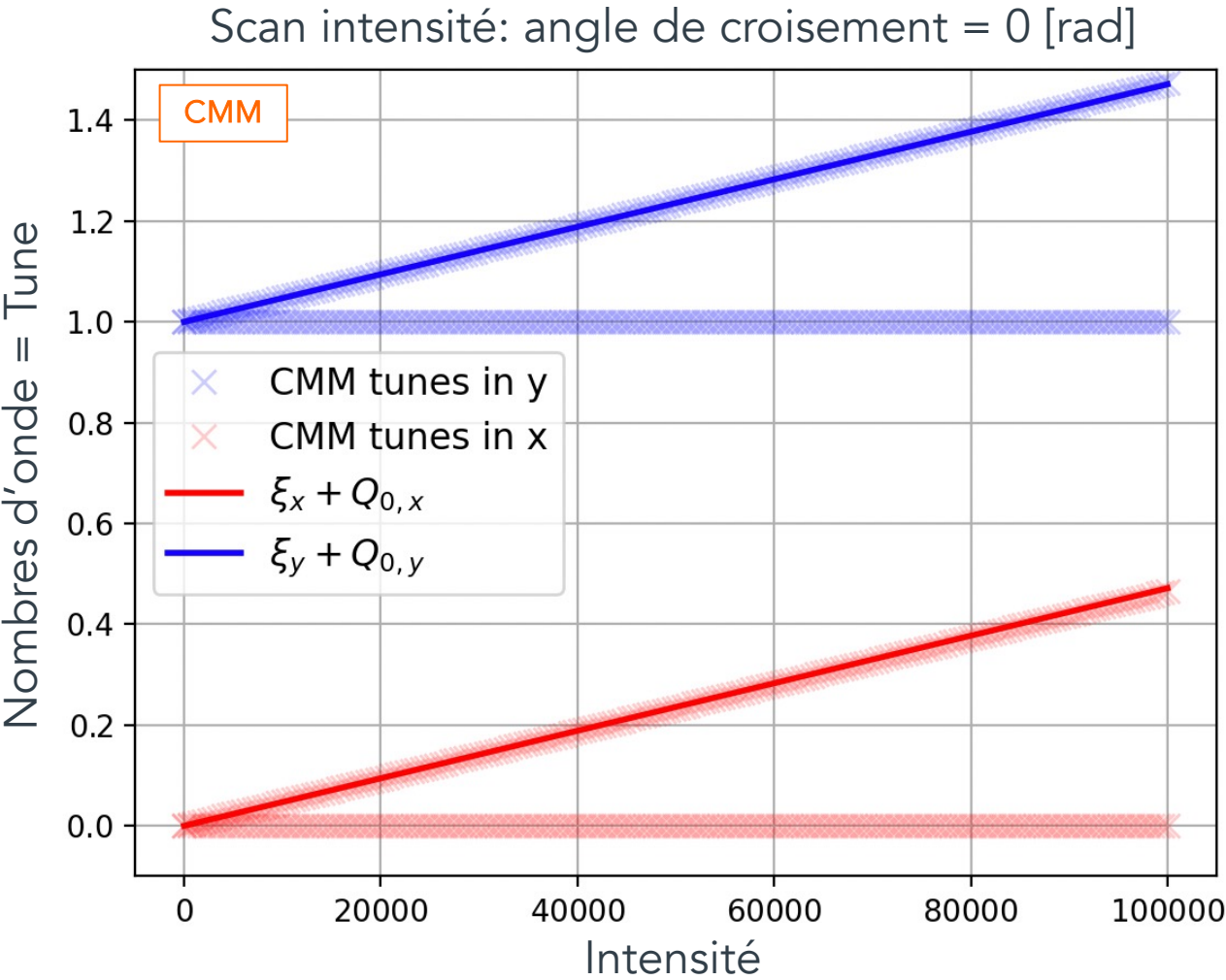
On peut voir tous les
modes d'oscillation,
rapide

Inconvénients:

Model linéaire; effets non linéaires ne sont
pas visibles

Simulations faisceau-faisceau

Etudes comparatives (CMM - théorie)



Paramètre faisceau-faisceau
=
tune shift du mode pi loin des résonnances.

$$\xi_x \approx \Delta Q_{\pi x}$$

Paramètre faisceau faisceau avec angle de croisement:

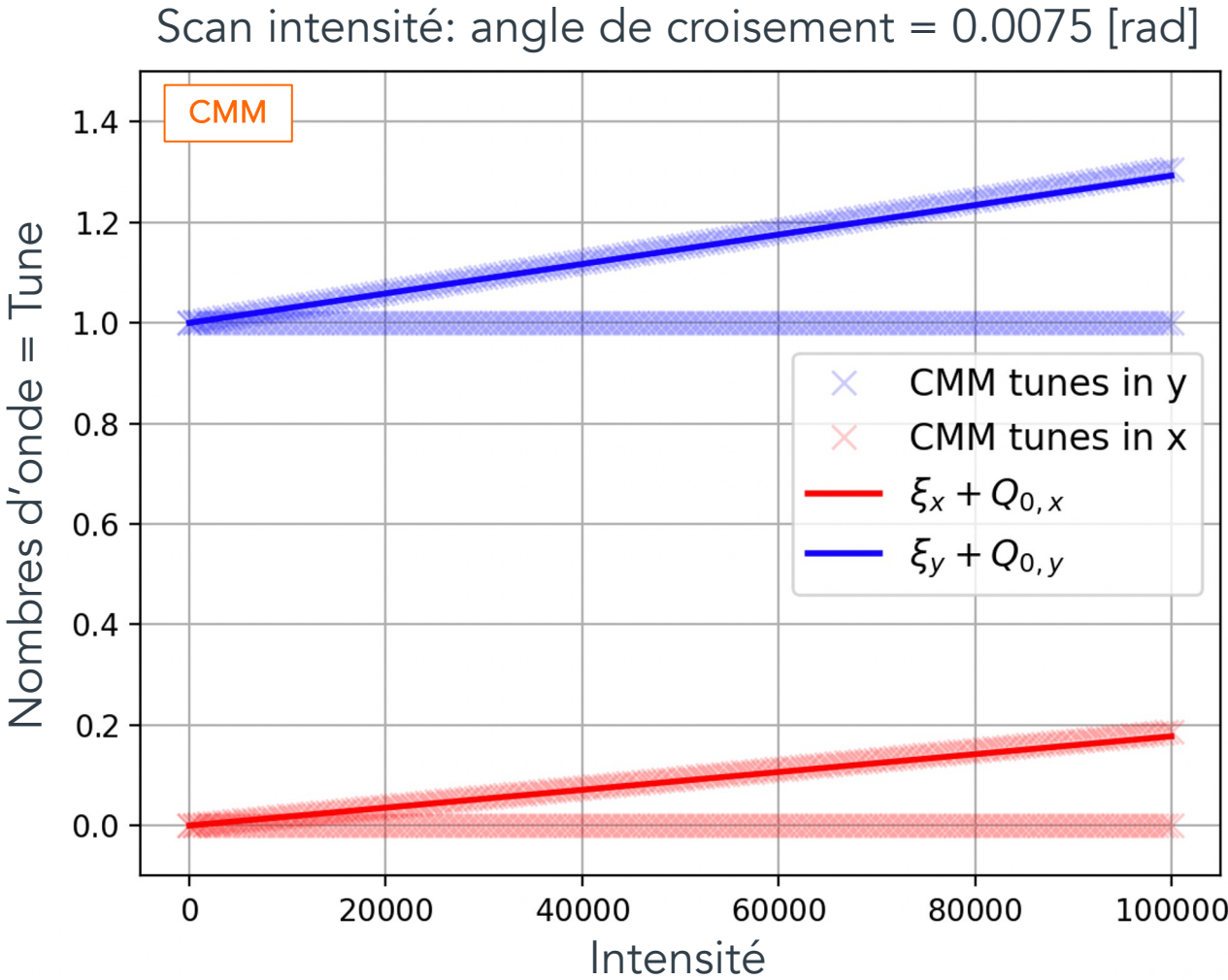
$$\xi_{x,y} = \frac{Nr_0\beta_{x,y}^*}{2\pi\gamma\sigma_{x,y}(\sigma_x + \sigma_y)}$$

$$\sigma_{x,\theta} = \sqrt{\sigma_z^2 \tan(\theta/2) + \sigma_{x,0}^2}$$

Angle de croisement

Simulations faisceau-faisceau

Etudes comparatives (CMM - théorie)



Paramètre faisceau-faisceau
=
tune shift du mode pi loin des résonnances.

$$\xi_x \approx \Delta Q_{\pi x}$$

Paramètre faisceau faisceau avec angle de croisement:

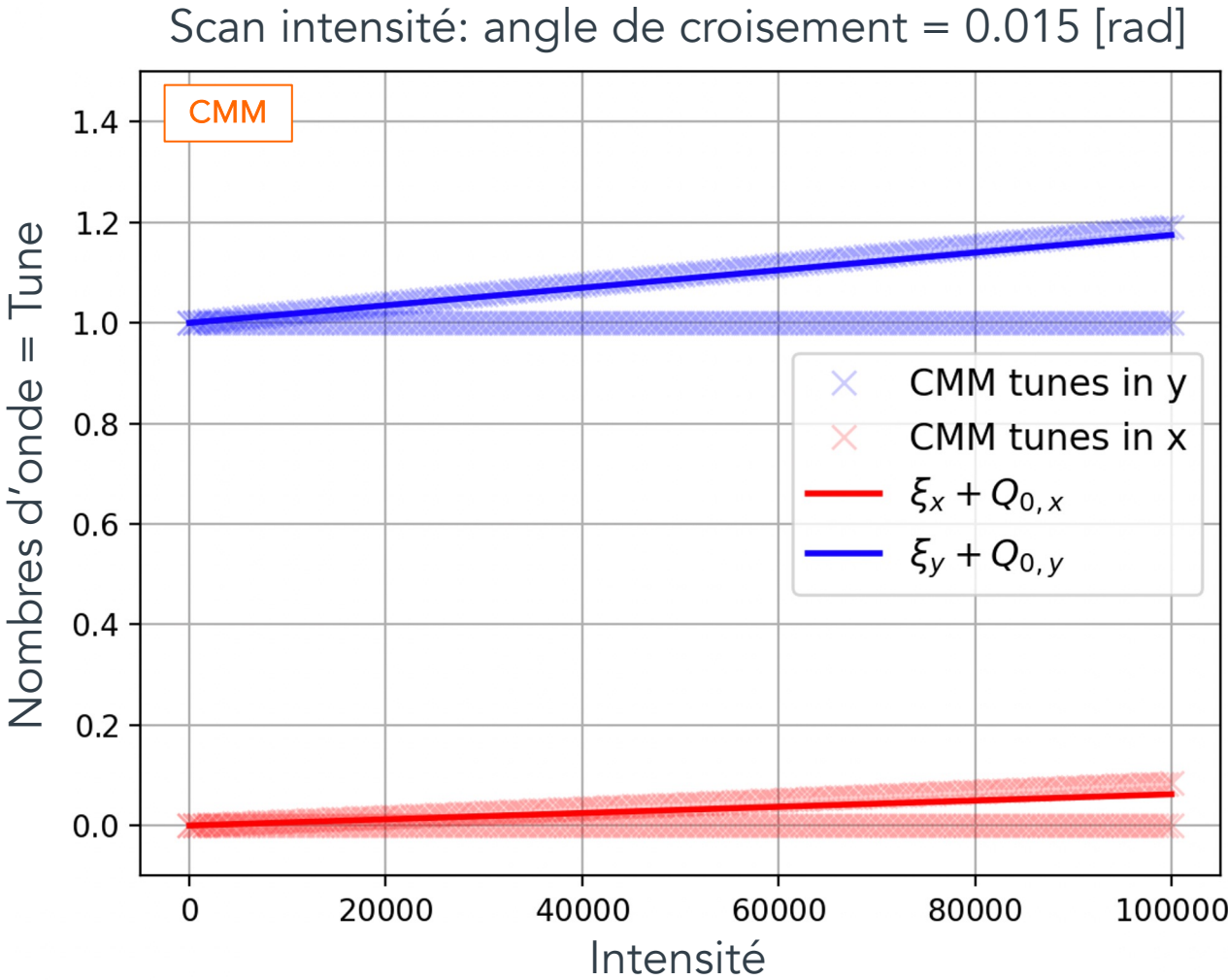
$$\xi_{x,y} = \frac{Nr_0\beta_{x,y}^*}{2\pi\gamma\sigma_{x,y}(\sigma_x + \sigma_y)}$$

$$\sigma_{x,\theta} = \sqrt{\sigma_z^2 \tan(\theta/2) + \sigma_{x,0}^2}$$

Angle de croisement

Simulations faisceau-faisceau

Etudes comparatives (CMM - théorie)



Paramètre faisceau-faisceau
=
tune shift du mode pi loin des résonnances.

$$\xi_x \approx \Delta Q_{\pi x}$$

Paramètre faisceau faisceau avec angle de croisement:

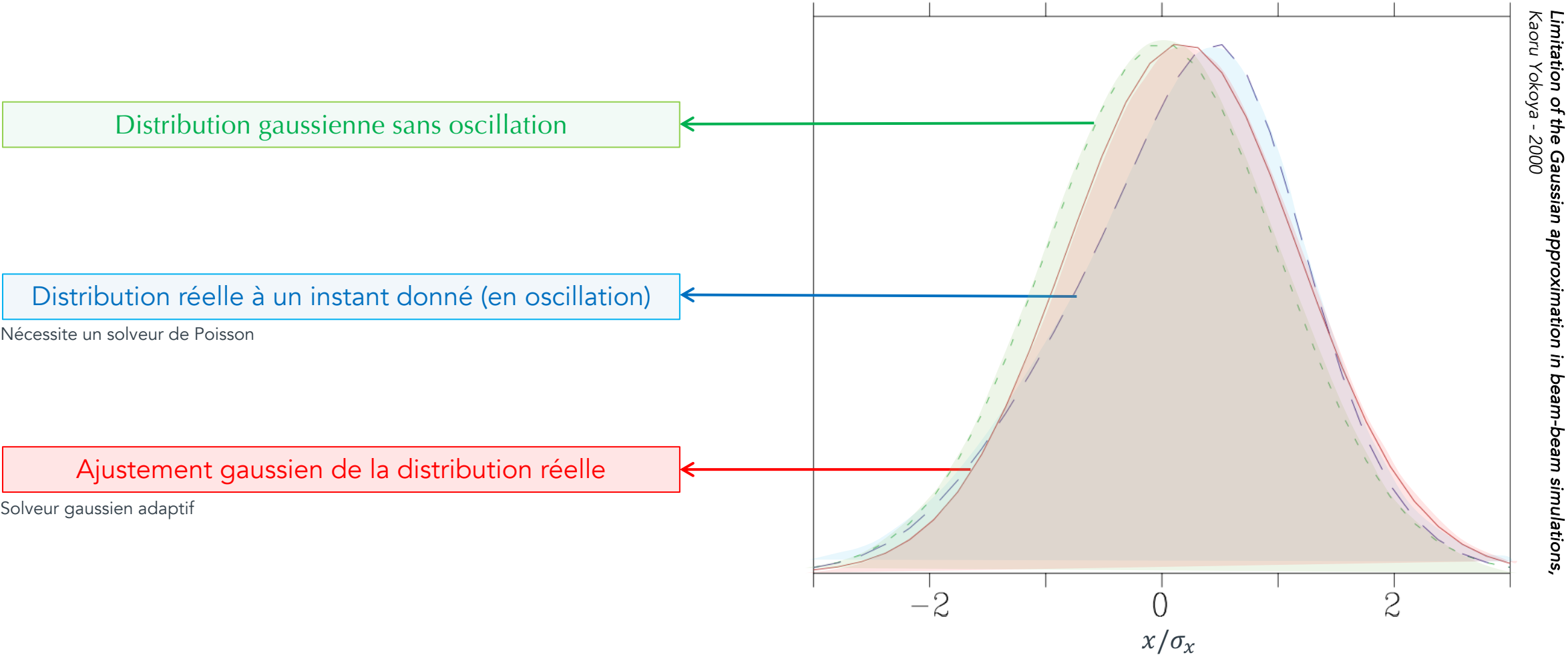
$$\xi_{x,y} = \frac{Nr_0\beta_{x,y}^*}{2\pi\gamma\sigma_{x,y}(\sigma_x + \sigma_y)}$$

$$\sigma_{x,\theta} = \sqrt{\sigma_z^2 \tan(\theta/2) + \sigma_{x,0}^2}$$

Angle de croisement

Simulations faisceau-faisceau

Etudes comparatives



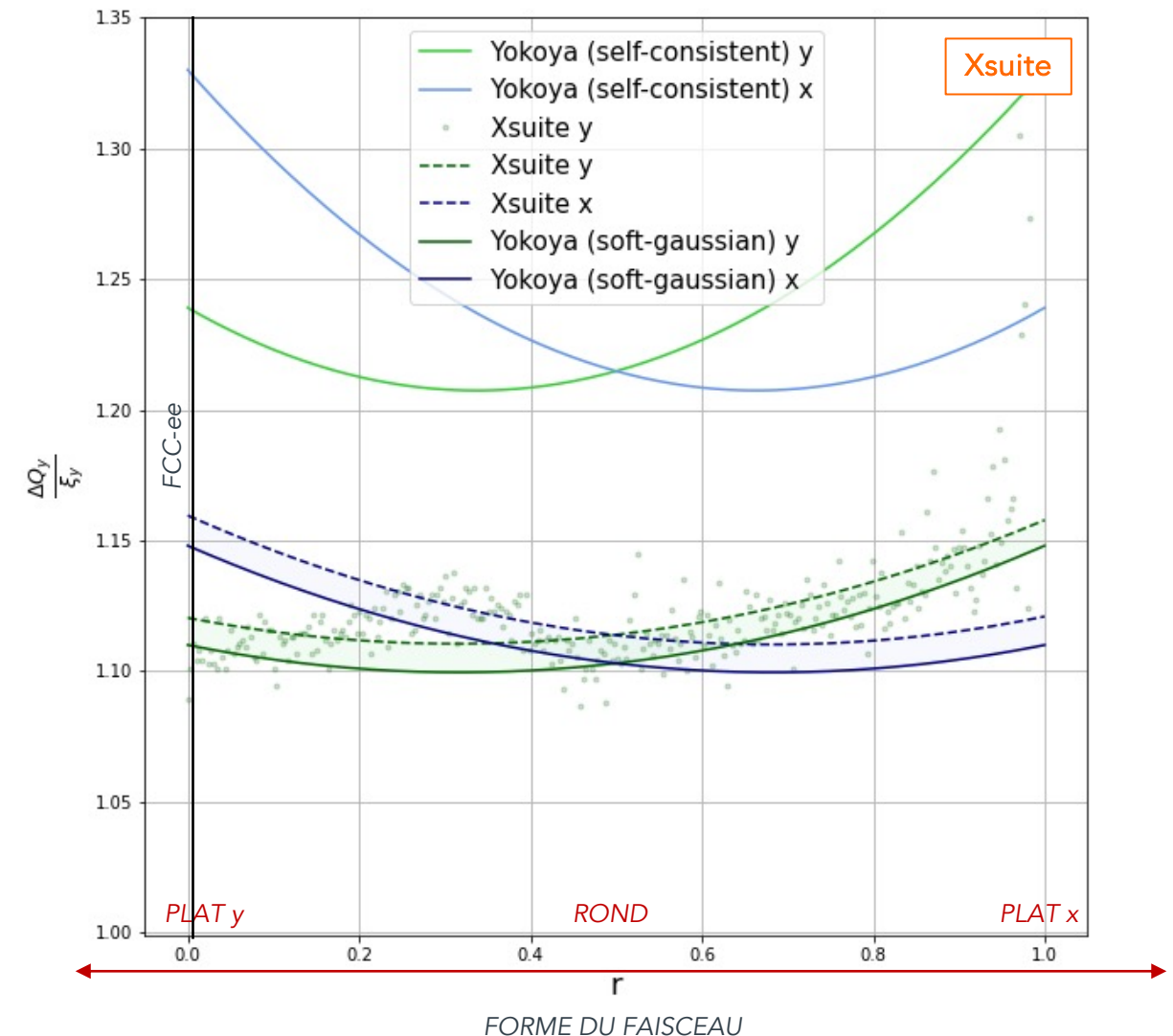
Simulations faisceau-faisceau

Etudes comparatives (Xsuite - théorie)

Xsuite montre une erreur d'environ **20%** quand comparé au facteur de Yokoya donné pour une **distribution réelle**.

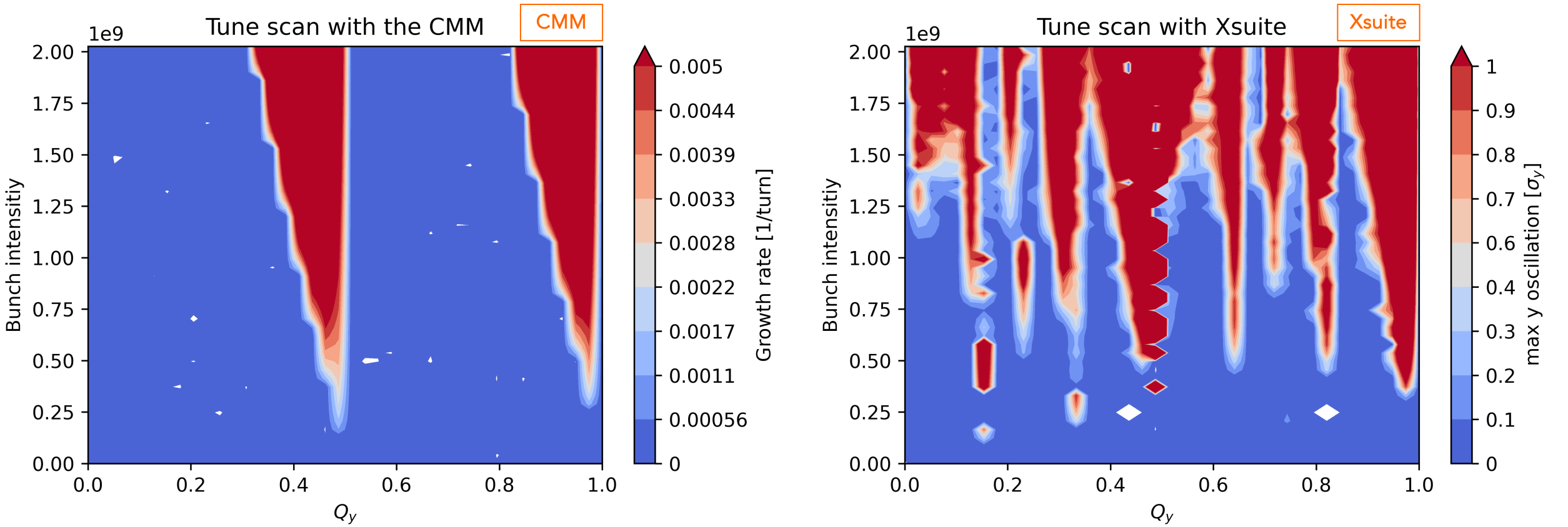
Cette erreur diminue à **moins de 1%** quand elle est comparée au facteur de Yokoya pour un solveur **Gaussien adaptif**.

Facteur de Yokoya comparé au mode pi



Simulations faisceau-faisceau

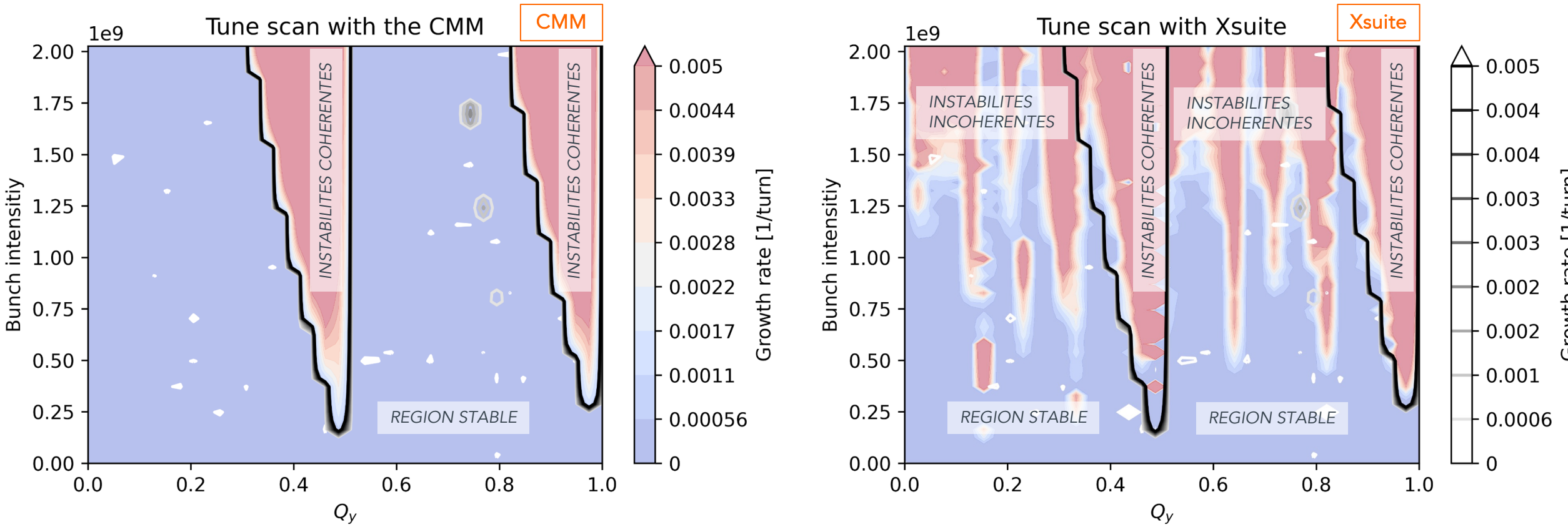
Comparaison Xsuite et CMM



Paramètres arbitraires; force faisceau faisceau faible, pas d'effet 'hourglass', pas d'angle de croisement

Simulations faisceau-faisceau

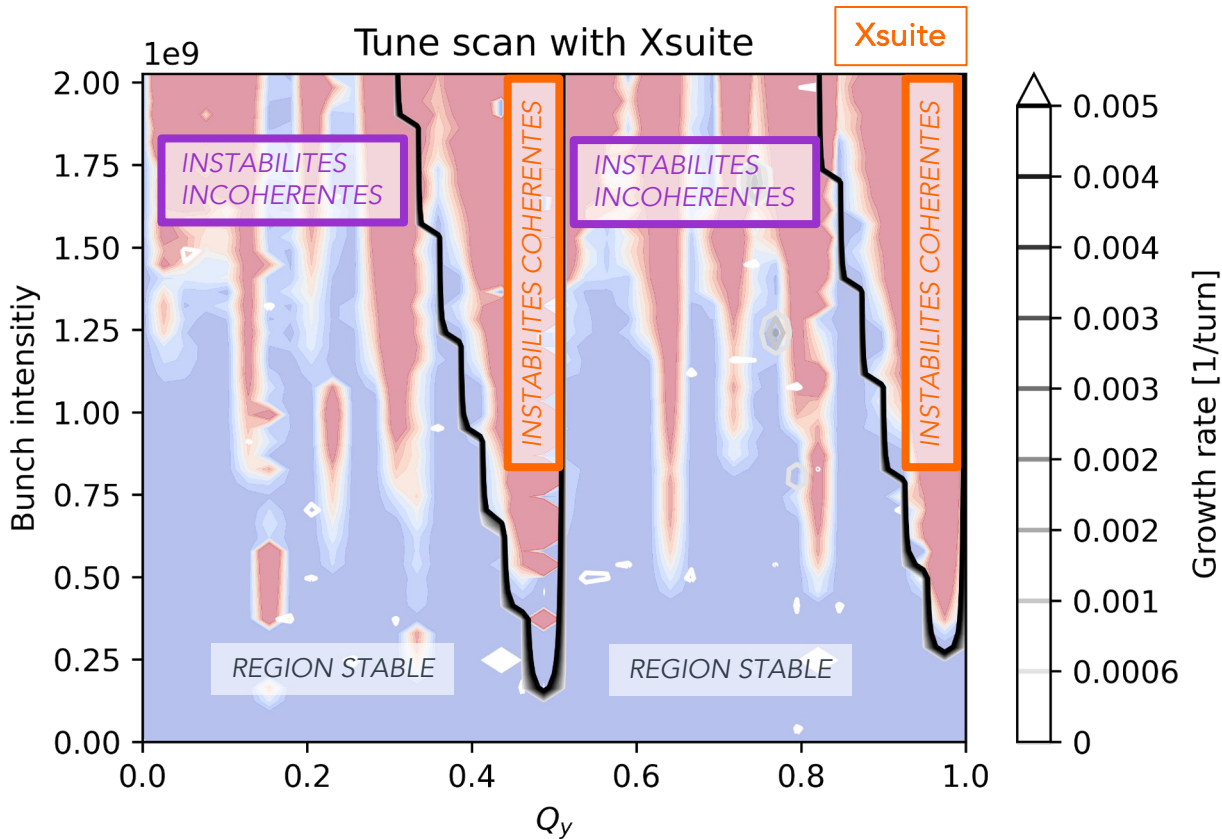
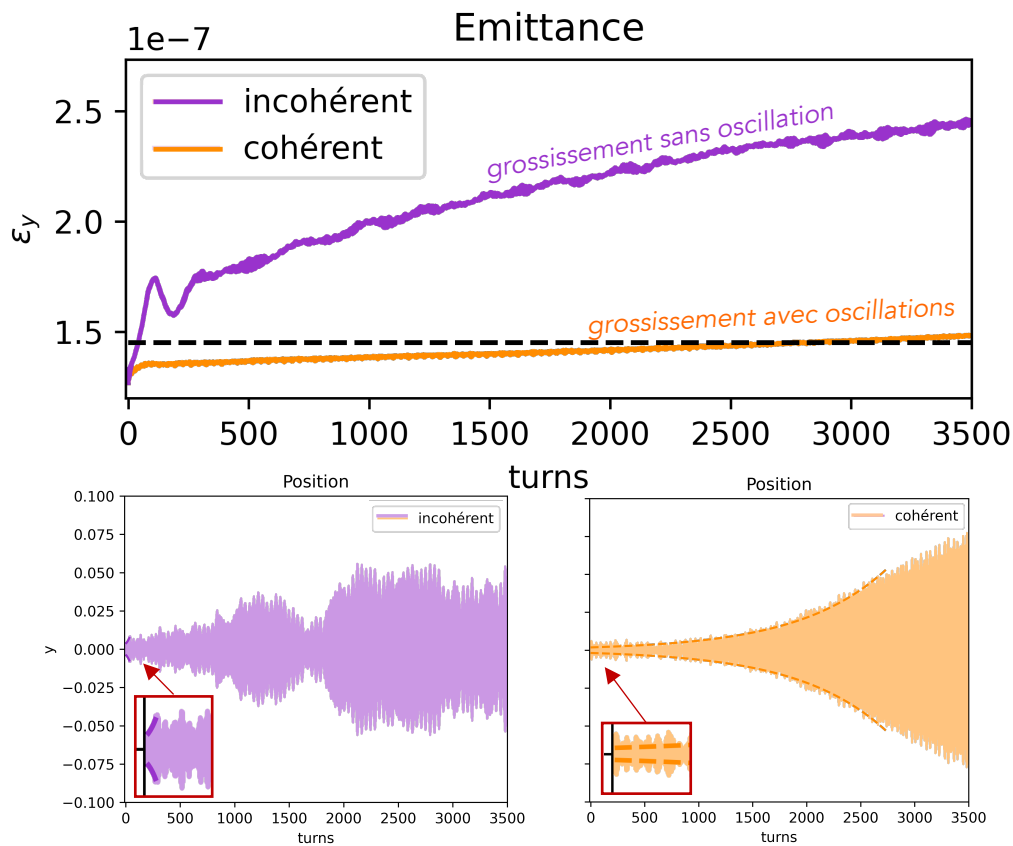
Comparaison Xsuite et CMM



Paramètres arbitraires; force faisceau faisceau faible, pas d'effet 'hourglass', pas d'angle de croisement

Simulations faisceau-faisceau

Comparaison Xsuite et CMM



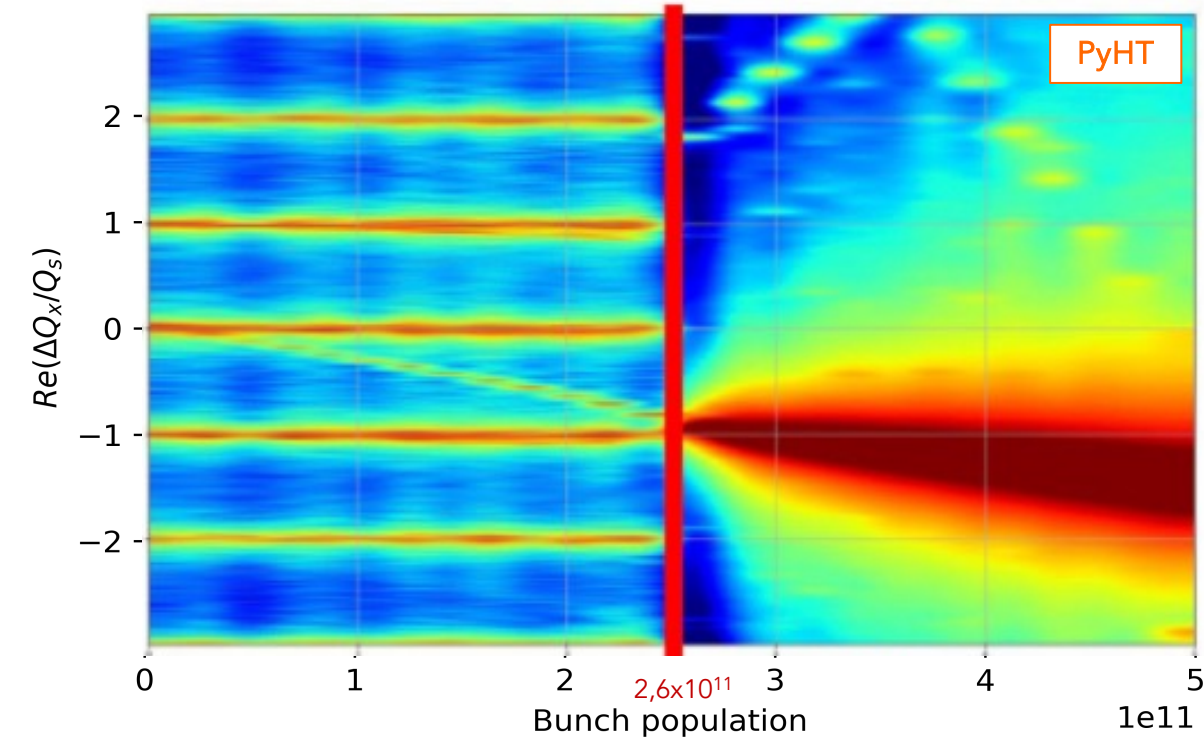
Paramètres arbitraires; force faisceau faisceau faible, pas d'effet 'hourglass', pas d'angle de croisement

Simulation des champs de sillages

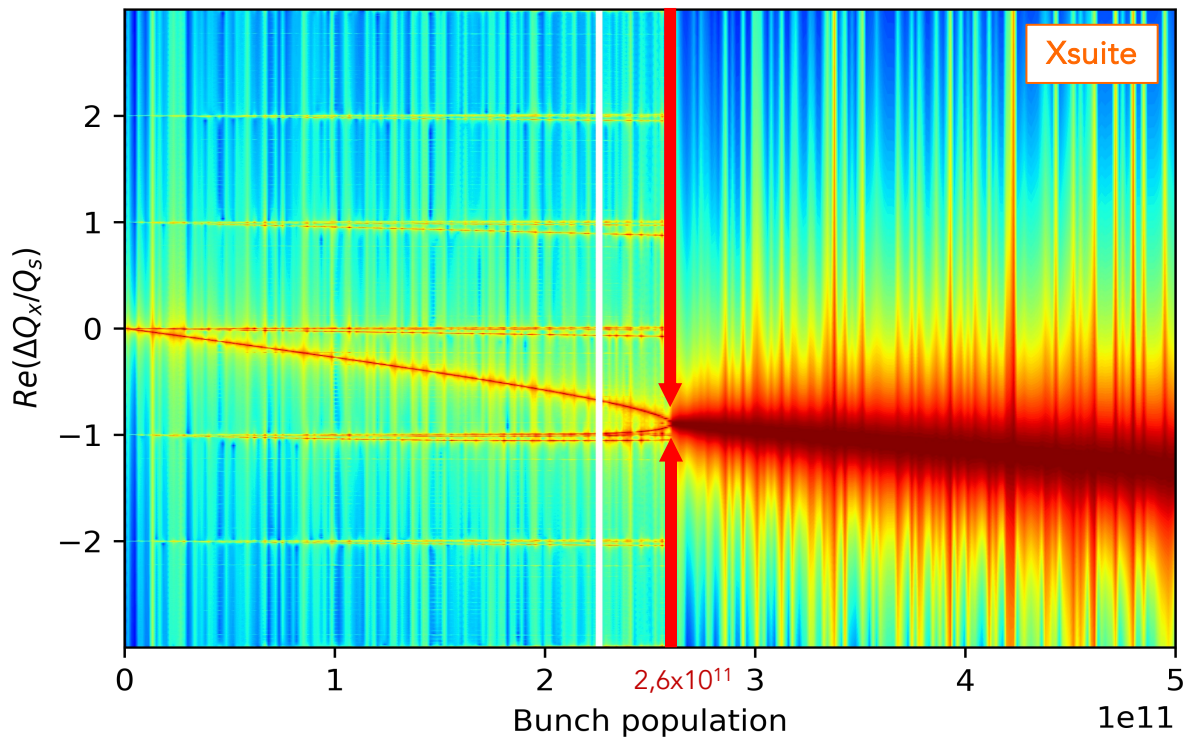
Etudes comparatives

Champs de sillages *transverses* pour FCC-ee à l'énergie du boson Z: **BON ACCORD**

PyHEADTAIL (M. Migliorati)



Xsuite - PyHEADTAIL

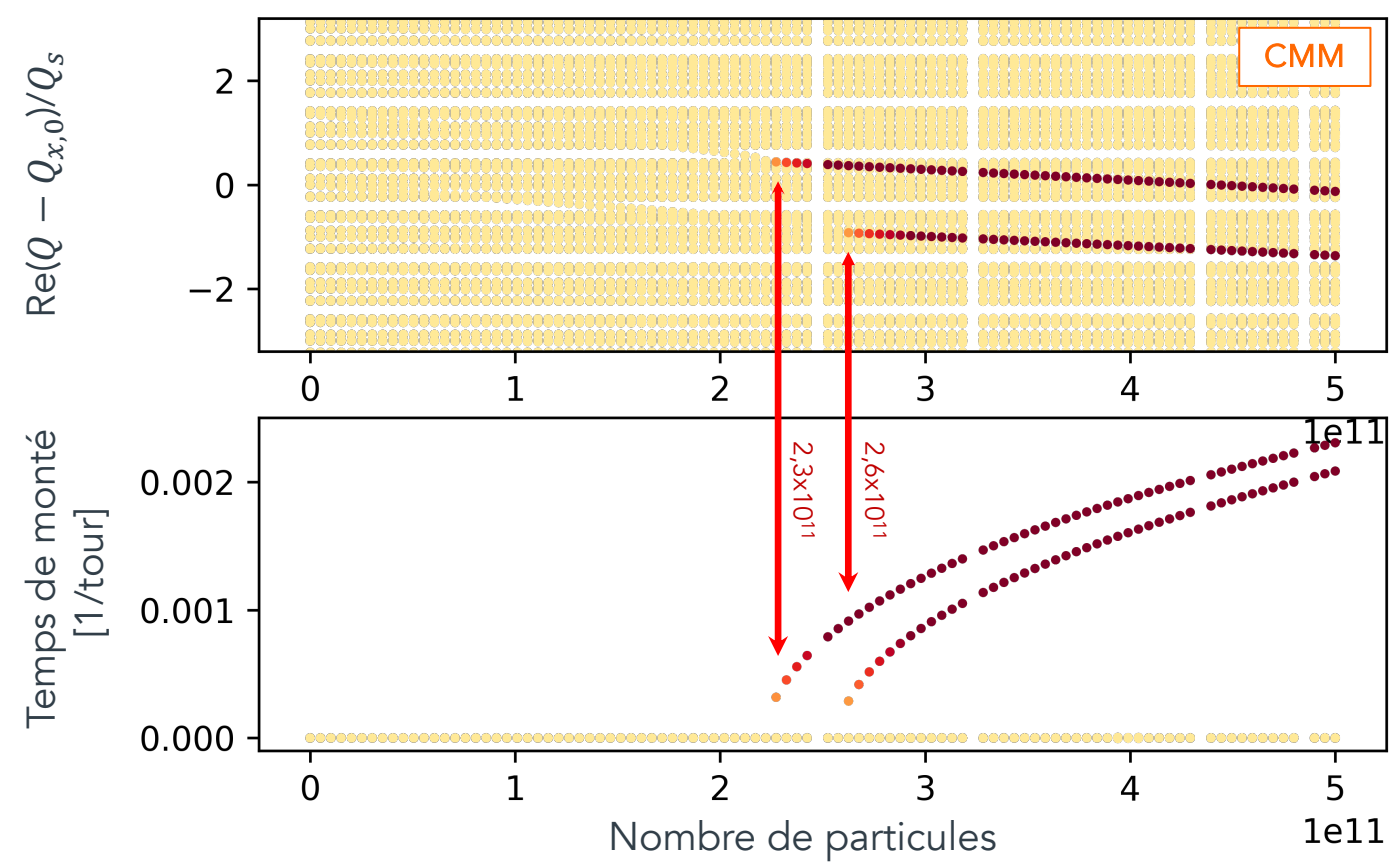


Simulation des champs de sillages

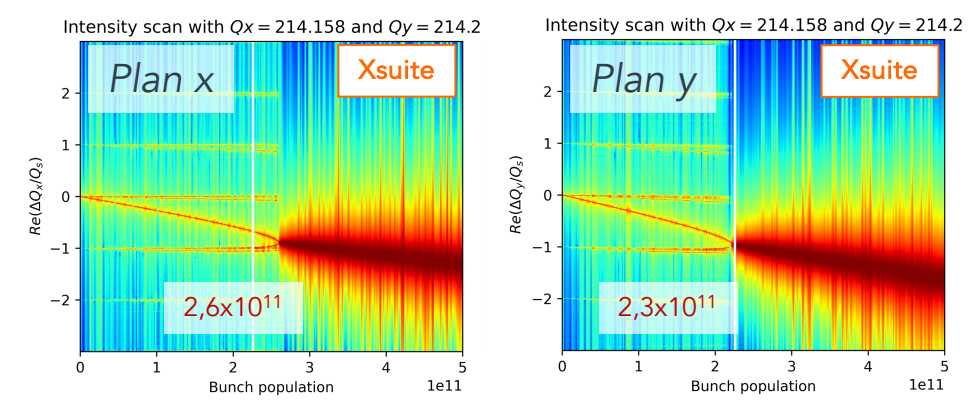
Comparaison Xsuite et CMM

Champs de sillages *transverses* pour FCC-ee à l'énergie du boson Z: **BON ACCORD**

Scan d'intensité avec le CMM



Scan d'intensité avec Xsuite

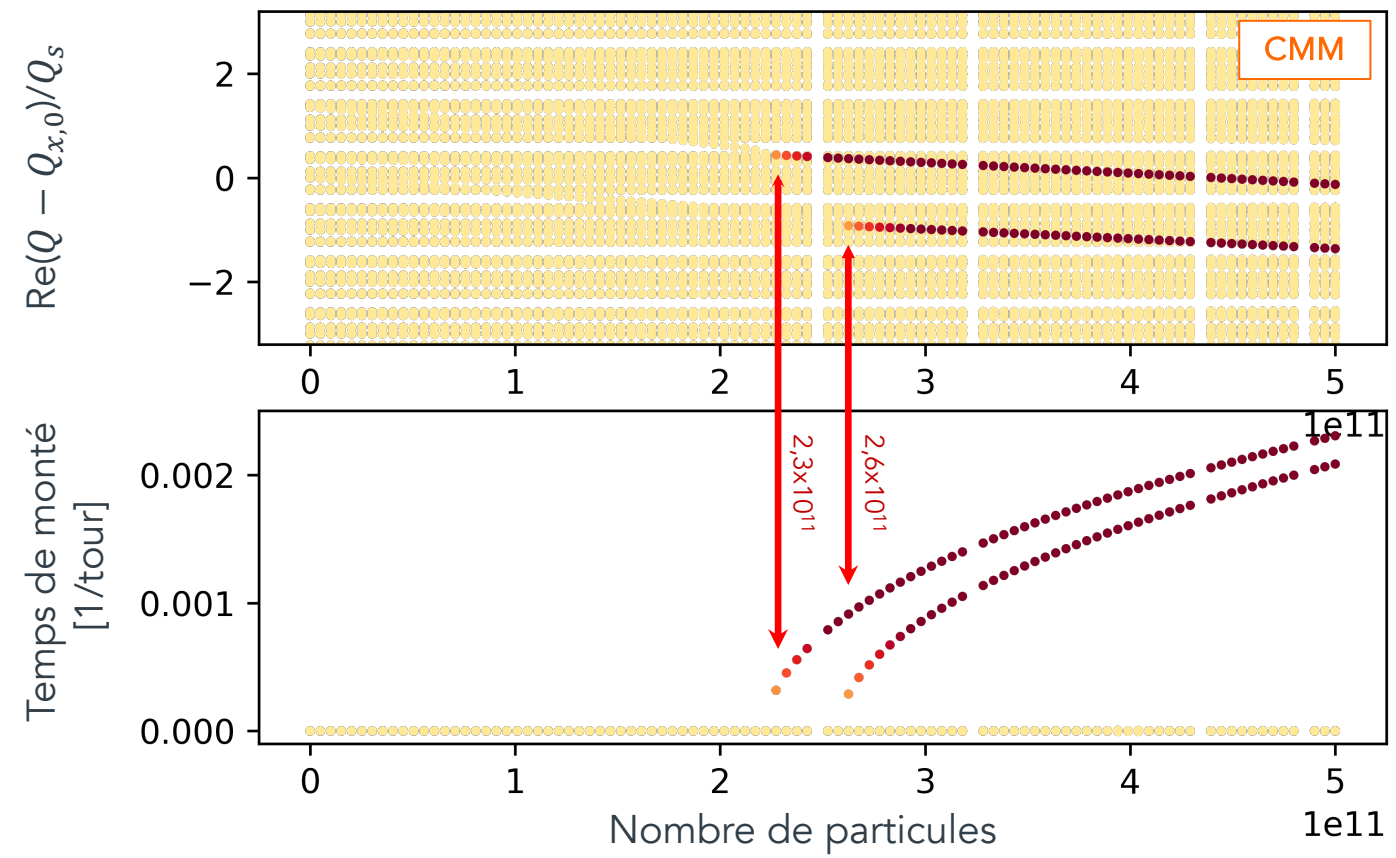


Simulation des champs de sillages

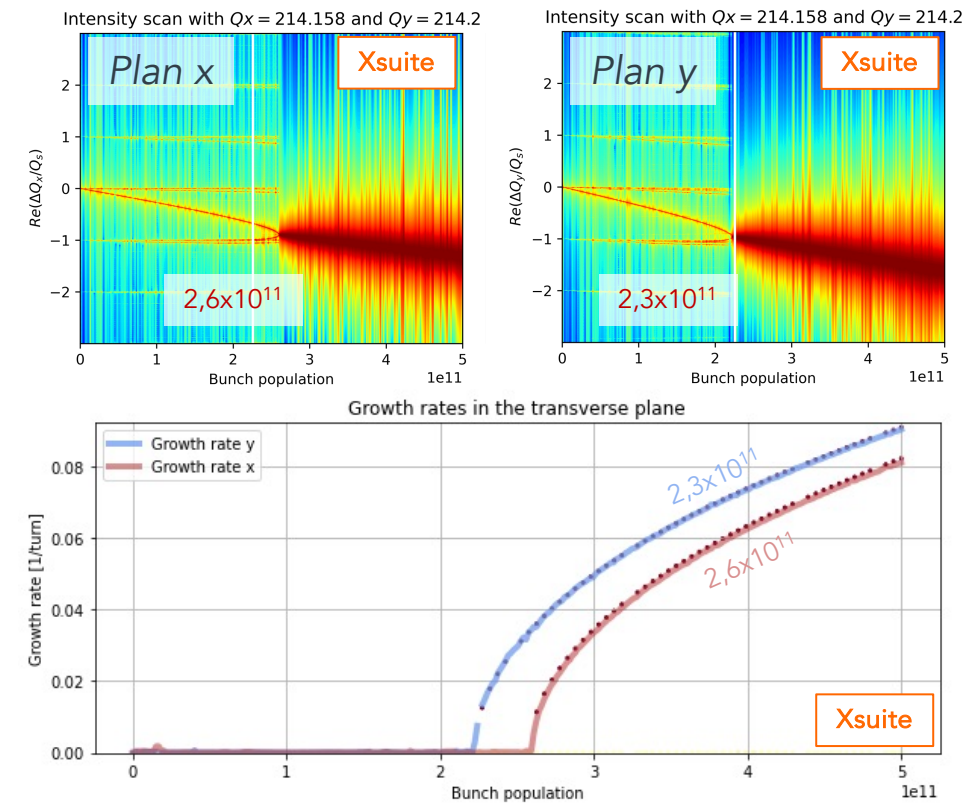
Comparaison Xsuite et CMM

Champs de sillages *transverses* pour FCC-ee à l'énergie du boson Z: **BON ACCORD**

Scan d'intensité avec le CMM



Scan d'intensité avec Xsuite



Conclusion

Conclusion et prochaines étapes

- Le CMM a été adapté pour pouvoir simuler les spécificités du FCC.
- Le CMM et Xsuite ont été comparés avec succès au model existant (PyHEADTAIL) pour les champs de sillage transverses.
- Le CMM et Xsuite ont été vérifiés avec la théorie pour l'étude des interactions faisceau faisceau.

Prochaines étapes

- Terminer l'étude comparative des champs de sillages dans le plan longitudinal.
- Etudier les interactions faisceau faisceau avec l'effet des champs de sillage;
 - *Reproduire des instabilités connues.*
 - *Etudier des nouvelles instabilités.*
- Valider les models de simulations avec des vraies mesures?

Conclusion

Conclusion et prochaines étapes

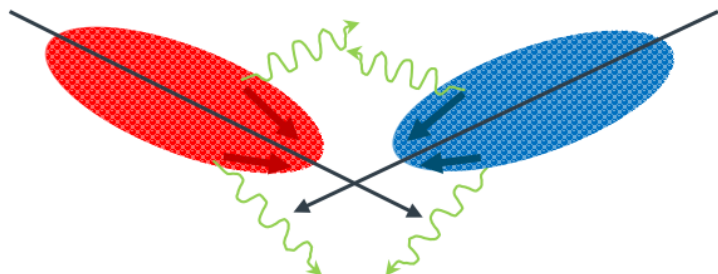
MERCI POUR VOTRE ECOUTE

- [1] Y. Zhang, et al., *Phys. Rev. Accel. Beams* 26, 064401 (2023)
- [2] S. White, et al., *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 17, 041002 (2014)
- [3] E. A. Perevedentsev and A. A. Valishev, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 4, 024403 (2001)
- [4] K. Yokoya - *Limitation of the Gaussian approximation in beam-beam simulations* (2000)
- [5] X. Buffat *The Circulant Matrix Formalism and The Role of Beam-Beam Effects in Coherent Instabilities.*

BACKUP

①

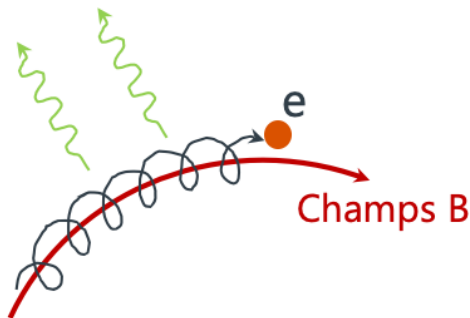
Beamstrahlung



Particules déviées par un faisceau
=
Energie émise

②

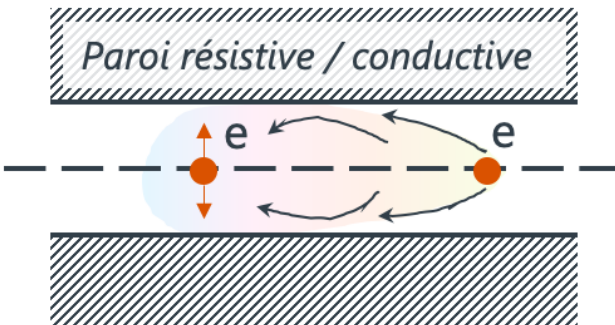
Radiation synchrotron



Particule chargée accélérée
=
Radiation émise

③

Champs de sillages



Particule à l'avant → champs EM
=
Influence sur les particules à l'arrière

BACKUP

Electric field induced by beam-beam interaction for flat beams. ($\sigma_x \neq \sigma_y$)

Bassetti – Erskine formula 1980:

$$E = K \times \left(\mathcal{W} \left(\frac{(x - \delta_x) + i(y - \delta_y)}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)}} \right) - e^{\left(\frac{(y - \delta_y)^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(x - \delta_x)^2}{2\sigma_x^2} \right)} \mathcal{W} \left(\frac{(x - \delta_x) \frac{\sigma_y}{\sigma_x} + i(y - \delta_y) \frac{\sigma_x}{\sigma_y}}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)}} \right) \right)$$

Construction of the beam-beam matrix.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \delta_x} \Delta'_{xcoh} &= \frac{\partial}{\partial \delta_x} \int \int_{\mathbb{R}^2} E_x(x - \delta_x, y - \delta_y) \psi(x, y) dx dy \\ \frac{\partial}{\partial \delta_y} \Delta'_{ycoh} &= \frac{\partial}{\partial \delta_y} \int \int_{\mathbb{R}^2} E_y(x - \delta_x, y - \delta_y) \psi(x, y) dx dy \\ \frac{\partial}{\partial \delta_y} \Delta'_{xcoh} &= \frac{\partial}{\partial \delta_y} \int \int_{\mathbb{R}^2} E_x(x - \delta_x, y - \delta_y) \psi(x, y) dx dy \\ \frac{\partial}{\partial \delta_x} \Delta'_{ycoh} &= \frac{\partial}{\partial \delta_x} \int \int_{\mathbb{R}^2} E_y(x - \delta_x, y - \delta_y) \psi(x, y) dx dy \end{aligned}$$

$$\psi(x, y) = \frac{-q}{E} \frac{e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}}}{2\pi\sigma_x\sigma_y}$$

$$E_x = \Im[E] \text{ and } E_y = \Re[E]$$

$$\mathcal{W}(x) = e^{-x^2} \left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{z^2} dz \right)$$

$$K = \frac{ne}{2\epsilon_0 \sqrt{2\pi(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)}}$$

Numerical force calculation

$$\frac{\partial}{\partial \delta_x} \Delta'_{xcoh} = \frac{1}{2\epsilon_x} \left(\int \int_{\mathbb{R}^2} E_x(x - \delta_x - \epsilon_x, y - \delta_y) \psi(x, y) dx dy - \int \int_{\mathbb{R}^2} E_x(x - \delta_x + \epsilon_x, y - \delta_y) \psi(x, y) dx dy \right)$$

Semi - analytical force calculation.

$$\frac{\partial}{\partial \delta_x} \Delta_{coh} = \int \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\partial}{\partial \delta_x} E(x - \delta_x, y - \delta_y) \psi(x, y) dx dy$$

Analytical formula

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} E(X, Y) &= K \left(\frac{2i}{S\sqrt{\pi}} - \frac{(X + iY)}{S^2} \right) \mathcal{W} \left(\frac{X + iY}{S} \right) - \frac{2i}{S\sqrt{\pi}} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} e^{\frac{Y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{X^2}{2\sigma_x^2}} \\ &\quad - \mathcal{W} \left(\frac{X \frac{\sigma_y}{\sigma_x} + iY \frac{\sigma_x}{\sigma_y}}{S} \right) e^{\frac{Y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{X^2}{2\sigma_x^2}} \left(\frac{X}{\sigma_x^2} + 2 \frac{X \frac{\sigma_y}{\sigma_x} + iY \frac{\sigma_x}{\sigma_y}}{S^2} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{2\pi(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)} \\ X &= x - \delta_x \\ Y &= y - \delta_y \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \Delta'_{xcoh} = \Im \left[\frac{\partial}{\partial x} \Delta_{coh} \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \Delta'_{ycoh} = \Re \left[\frac{\partial}{\partial y} \Delta_{coh} \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \Delta'_{xcoh} = \Im \left[\frac{\partial}{\partial y} \Delta_{coh} \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \Delta'_{ycoh} = \Re \left[\frac{\partial}{\partial x} \Delta_{coh} \right]$$

